
第 1 章

緒 論

1.1 本研究の背景

歯車は人類が道具を高度化するに伴い発達してきた。紀元前のエジプト文明期には水揚げ装置に使用されていた記録がある。この時代の歯車は図 1-1 に示すように駱駝の牽引力をトルクに変換し、木の輪車に丸棒の歯を付けた歯車で垂直軸まわりの回転を水平軸まわりの回転に変換し、壺で水揚げを行っていた。これは「ひっかかり歯車」であり非常にゆっくりした動きを伝えるには支障ないが高速回転になるとスムーズな運転ができない歯車であった。

その後、産業革命が始まり高速回転の歯車が必要とされ始めたのに対応して「歯形の機構学的条件」(Camus の定理) を満足する歯車が登場する。「歯形の機構学的条件」とは以下の通りである¹⁾。

- ・ 接触した対偶(歯と相手の歯)が離れ離れになったり、お互いに食い込んだりしないこと。

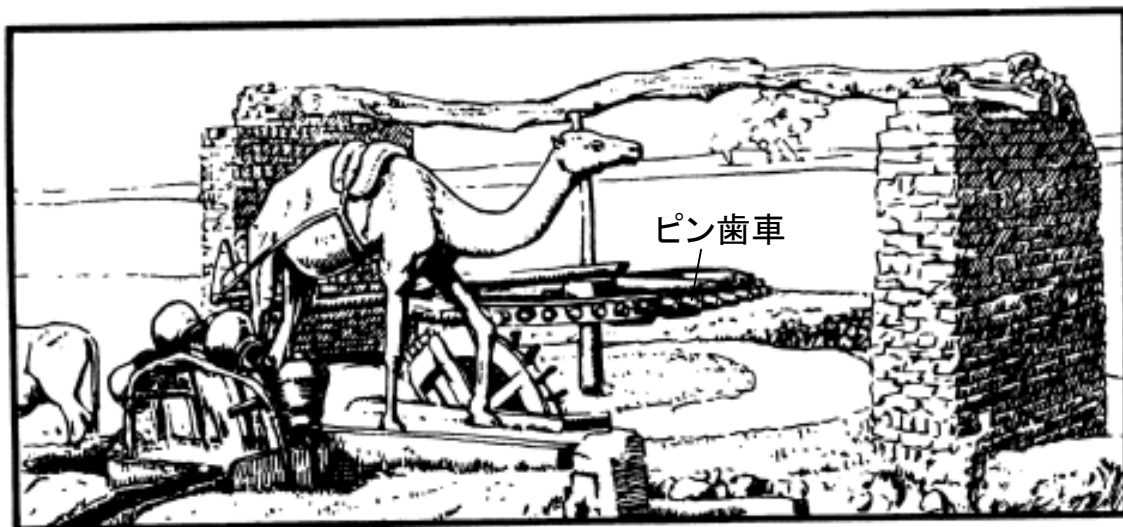


図1-1 エジプト、ルクソールの水揚げ歯車装置

- ・ 噛合った二つの歯車の軸の中心を結んだ直線の上に噛合いの点があるときは滑りが起こらないで、完全な転がり接触になること。
- ・ 一方の歯車が一定の回転数で回転しているとき、それに噛合った他方の歯車も一定の回転数で回転し、噛合いの最中に速くなったり遅くなったりしないこと。

図 1-2 に歯形の変遷の歴史を示す²⁾。図 1-2 に示すように最初に登場した歯形の機構学的条件を満たす歯車はサイクロイド歯形である。サイクロイド歯形は滑り速度が小さく耐摩耗性に優れているが、中心間距離が正確でなければ歯形の機構学的条件を満たさなくなることから、現状では時計用など限られた用途にしか使用されていない。そこで、わずかの中心間距離の狂いを許しても噛合いの条件が保たれる歯形が研究された。その結果、インボリュート歯形が誕生した。現在、広く動力伝達歯車装置で使用されているのは、ほとんどインボリュート歯形である。インボリュートは図 1-3 (a) に示すように円筒に糸をたるまないように巻きつけておき、その糸をほどいた時に糸の先端が描く軌跡である。あるいは定規を円に沿って転がした時に定規の先端が描く軌跡である。インボリュート歯形は図 1-3 (b) に示すように直線刃のラックで創成される。インボリュート歯形が使用されている理由は中心間距離誤差に鈍感なこと以外に、精度の良い歯形を容易に加工できること、互換性の良さ、高負荷の動力伝達に適していることなどのためである。本研究で扱う歯車もインボリュート歯形を対象とする。

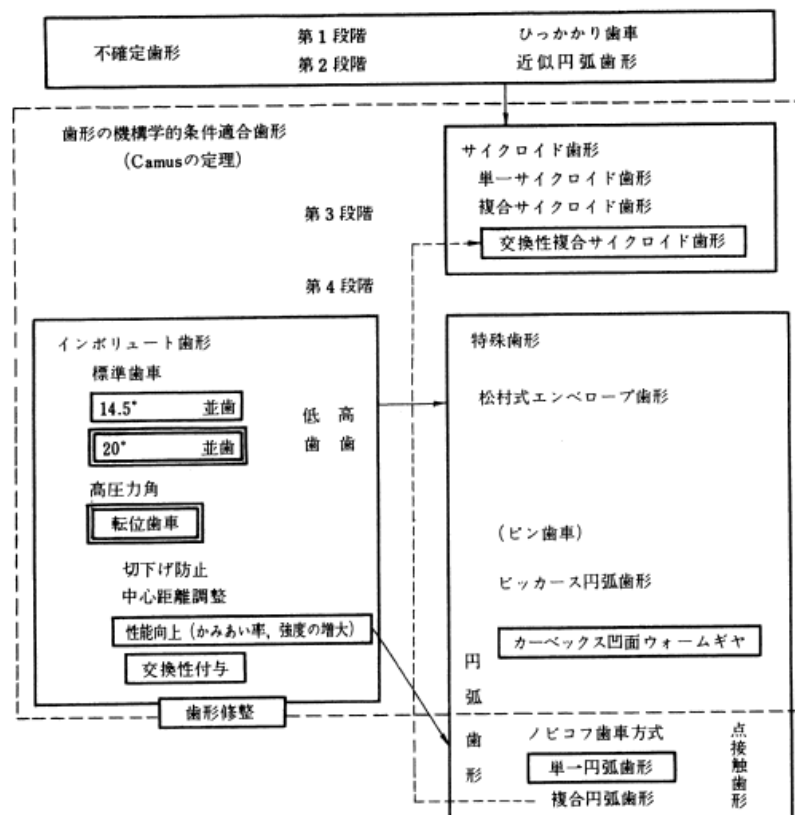
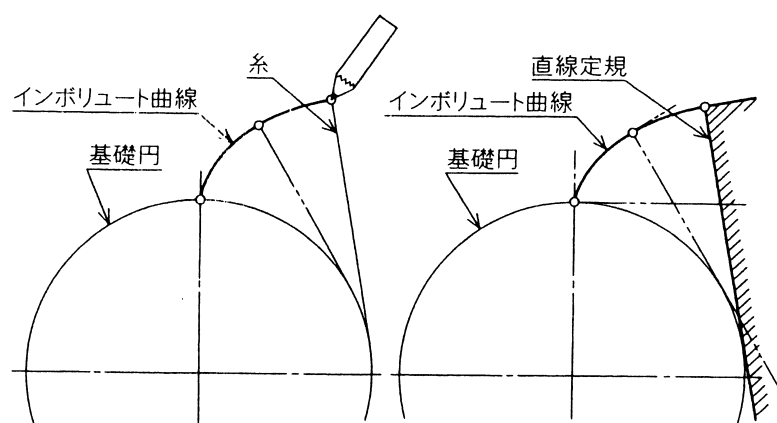
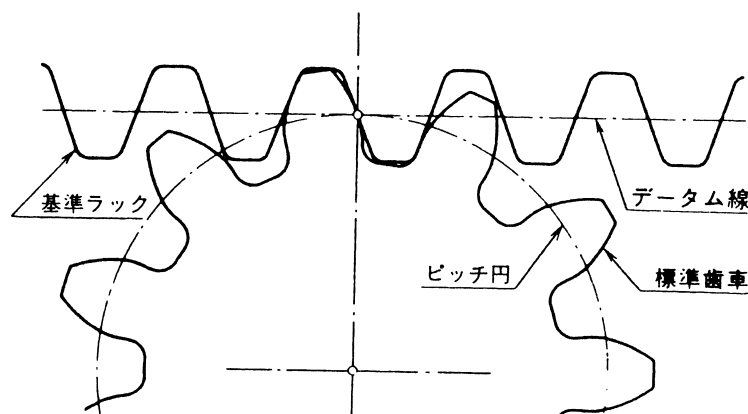


図1-2 歯形の変遷の歴史



(a) インボリュート曲線



(b) インボリュート歯車の創成

図1-3 インボリュート曲線と歯車の創成

近年、動力伝達歯車装置はトルクと回転数を伝達する機構として、図 1-4 に示すように大は船用蒸気タービンの減速機（歯車ピッチ円直径約 5m）から小はマイクロマシン（歯車ピッチ円直径約 1mm）まで機械システムのあらゆる部位に組み込まれており、機械製品の競争力を作用する重要な部品となっている。したがって機械製品の小型、高出力、高性能化さらに高信頼性化の製品競争力強化に対処するため、歯車装置には小型・高負荷化と信頼性確保を両立させることが従来に増して強く求められている。このような厳しい市場要求に応えられる歯車装置を設計・製造する技術開発がインボリュート歯車の近代的動力伝達歯車装置の課題である。

小型・高負荷化と信頼性確保を両立させる設計を行うためには歯車装置に作用する力と発生応力を精度良く推定する必要がある。図 1-5 に動力伝達歯車装置の詳細設計手順を示す。図に示すように、まず ISO, AGMA（米国歯車工業会）などの規格ベースの計算で歯車諸元を設計する。次に歯当り解析・振動解析で歯車誤差、動的な影響を考慮した作用荷重を決定し、詳細 FEM で発生応力を評価する。発生応力についてはコンピュータの計算速度向

上に伴う計算力学の発達により，荷重条件が明確であれば FEM により高精度で予測できつつある．しかしながら，歯車装置に作用する力については，歯車誤差の絶対値が構造変形量より大きい場合や歯打ちを起こした場合，いまだ定量的な評価が困難である．それは作用力の非線形性が強くなるためである．



Copyright(C)1999-2005 SEISA Gear, Ltd. All rights reserved.

(a) 船用タービン減速機



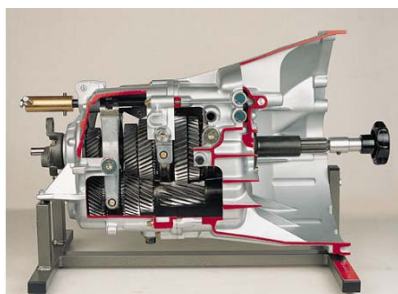
リードスクリュー主巻上減速機



レバー用減速機

copyright(c)2004 AbeX Corporation Allrights reserved.

(b) 大型産業用減速機



Copyright©2000-2002 MEGACHEM CO.,LTD. All Rights Reserved.

(c) 自動車用トランスミッション



COPYRIGHT © 2001-2006 IPROS CORPORATION. ALL RIGHT

(d) マイクロ減速機

図1-4 動力伝達歯車装置の適用例

線形系と非線形系の違いを図 1-6 に示す．線形系は係数が一定で，復元力および減衰力が変位および速度に対して線形に変化する系である．それに対して非線形系は係数が時間および変位の関数で，復元力および減衰力が変位および速度に対して線形に変化しない系である．歯車誤差の絶対値が構造変形量より小さい場合，作用力と変位の関係はほぼ線形なので精度良い荷重の予測が可能であるが，歯車誤差の絶対値が構造変形量より大きくなると荷重の変化に伴い歯当りが大きく変化するため非線形性が強くなり，精度良い荷重の予

測が困難になる。また、歯打ちは歯面分離と噛合いがランダムに繰り返される典型的な非線形現象である。歯面が分離し、それが再び噛合う時に衝撃荷重を励起するため騒音や破

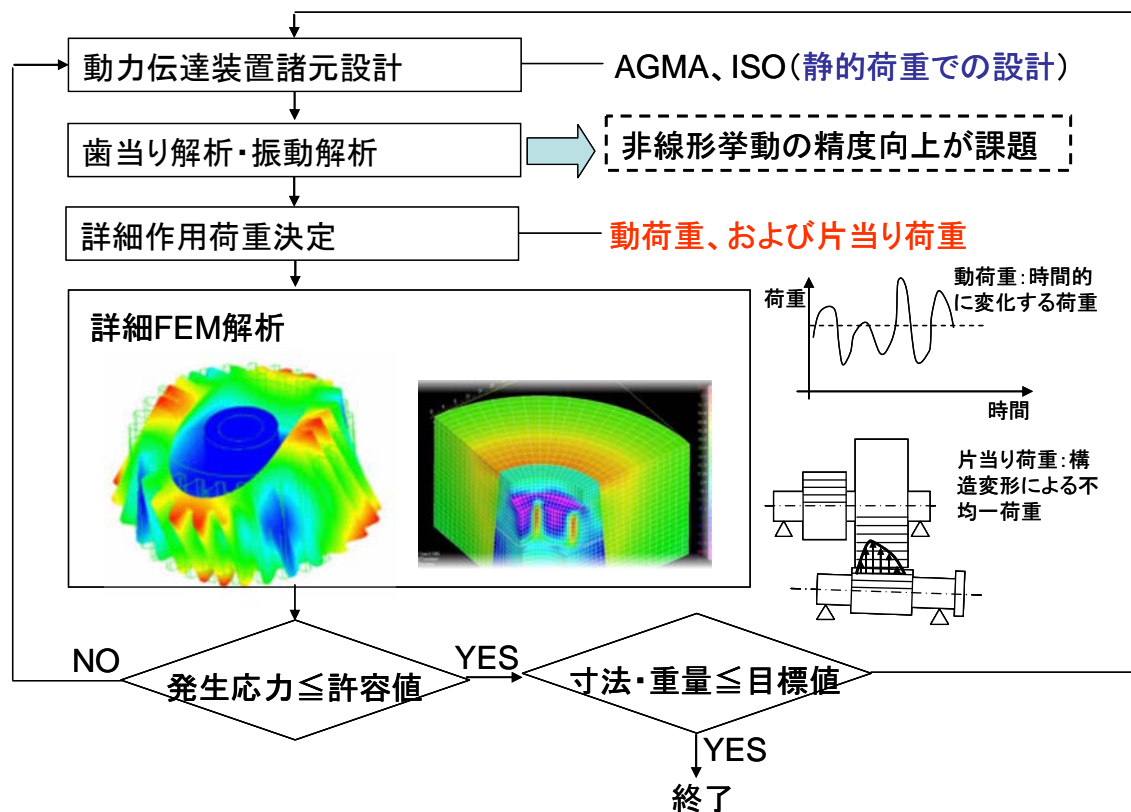


図 1-5 動力伝達歯車装置の詳細設計手順

損の原因になる場合が多いが、強い非線形性のためまだ精度良い荷重の予測が困難である。

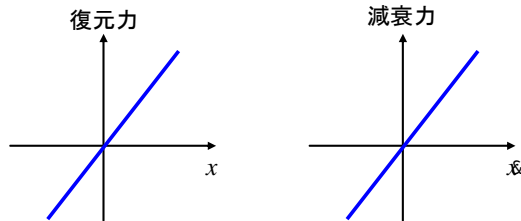
そこで本研究は歯車装置に作用する力の推定精度向上のため、動力伝達歯車装置の非線形振動を精度良く評価できるシミュレーション技術を開発および検証する。さらに本研究が機械製品の小型化、高負荷化および高信頼性化の製品競争力強化に果たす役割を述べる。

線形系

係数が一定で、復元力および減衰力が変位および速度に対して線形に変化する系の振動

$$m \cdot \ddot{x} + c \cdot \dot{x} + k \cdot x = f(t)$$

m : 質量, c : 減衰, k : 剛性, $f(t)$: 外力



非線形系

係数が時間および変位の関数で、復元力および減衰力が変位および速度に対して線形に変化しない系の振動

$$m \cdot \ddot{x} + c(t, x) \cdot \dot{x} + k(t, x) \cdot (x - c_n) = f(t)$$

m : 質量, $c(t, x)$: 減衰, $k(t, x)$: 剛性, $f(t)$: 外力

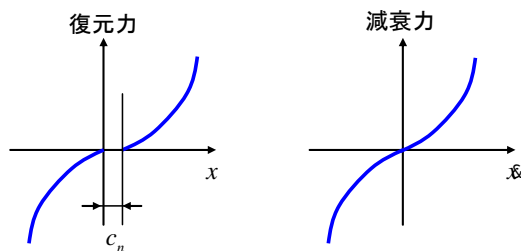


図1-6 線形系と非線形系の違い

1.2 歯車の非線形振動解析で考慮すべき事項

歯車の非線形振動解析で考慮すべき事項を図 1-7 に示す。

まず 2 枚噛合いと 1 枚噛合いが交互に繰り返されることによって生じる剛性変動を考慮する必要がある。剛性変動が起こるメカニズムを図 1-8 に示す。図 1-8 は A1 歯と B1 歯, A2 歯と B2 歯および A3 歯と B3 歯が噛合う時の剛性の時間変化を示すものである。図に示すように, A1 歯と B1 歯が噛合っている途中から A2 歯と B2 歯が噛合い始めるため, 2 枚噛合いと 1 枚噛合いが噛合い周期 T_z で交互に繰り返される。噛合い周期 T_z の逆数が噛合い周波数 f_m である。歯の総合剛性で評価すると 2 枚噛合いと 1 枚噛合いで剛性が大きく異なるので, ばね剛性の急激な変化が発生する。この剛性の急激な変化が噛合い振動を引き起こす。また, 噛合い周期 T_z で剛性変化が繰り返されるので噛合い周波数が卓越する。

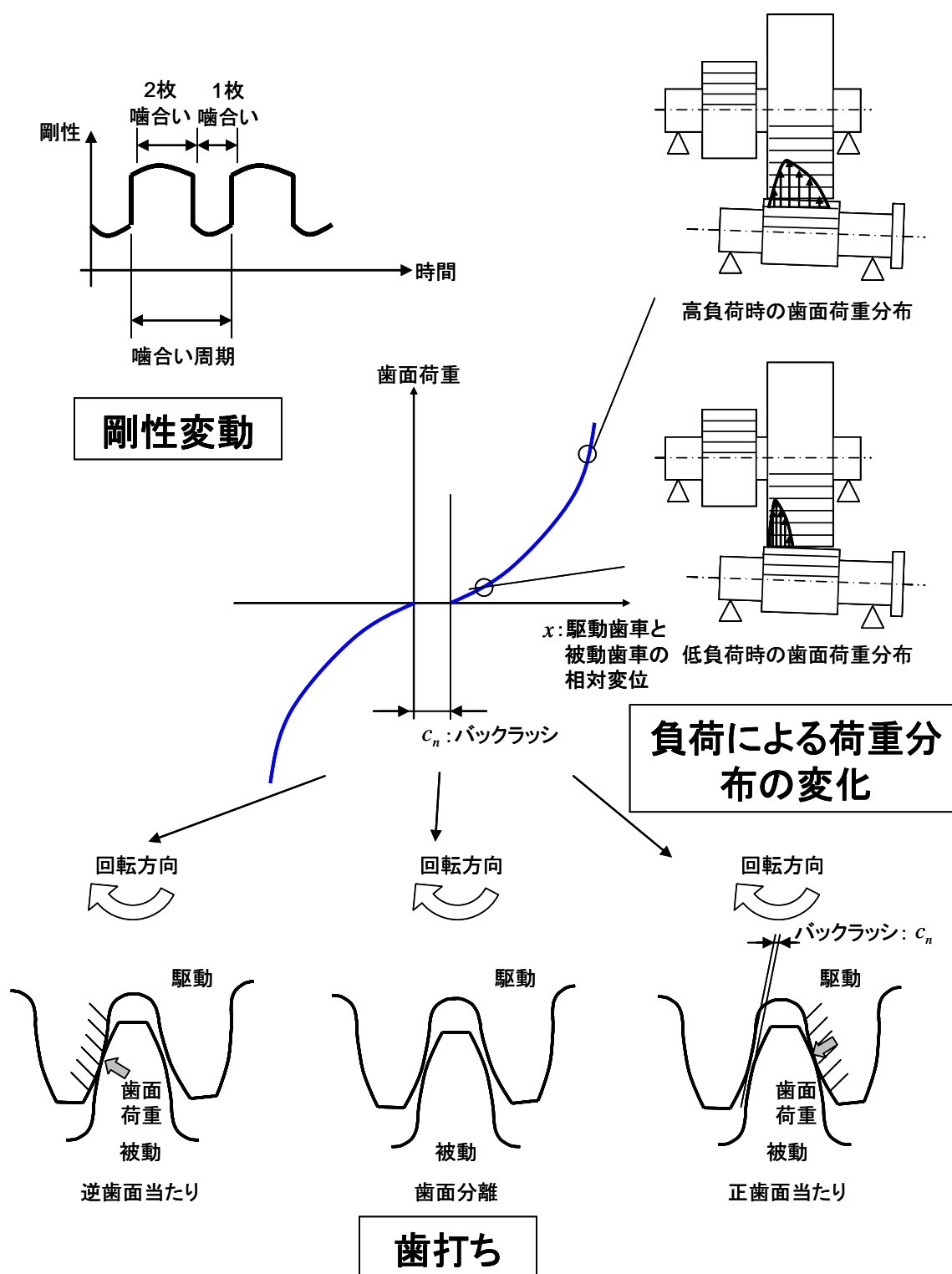


図1-7 歯車の非線形振動解析で考慮すべき事項

次に工作誤差がある場合は負荷によって荷重分布が変化するので荷重と変位の関係が負荷によって異なることを考慮する必要がある。特にギヤカップリングでは負荷あるいはア

ライメントに伴う歯当りの変化によって剛性，減衰特性の非線形性が増大し，図 1-9 に示すように軸系の固有振動数で振れ回る自励振動が発生する場合がある。

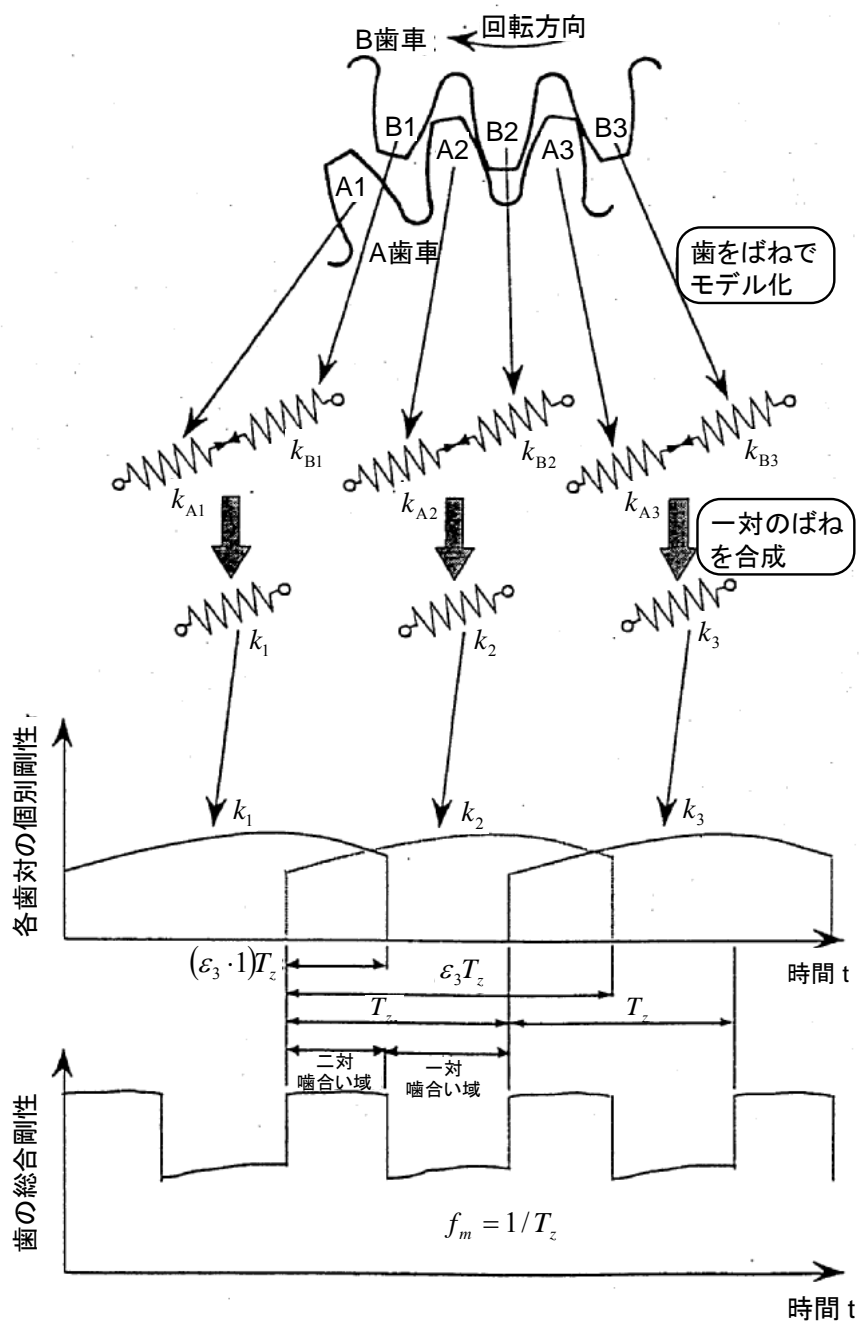
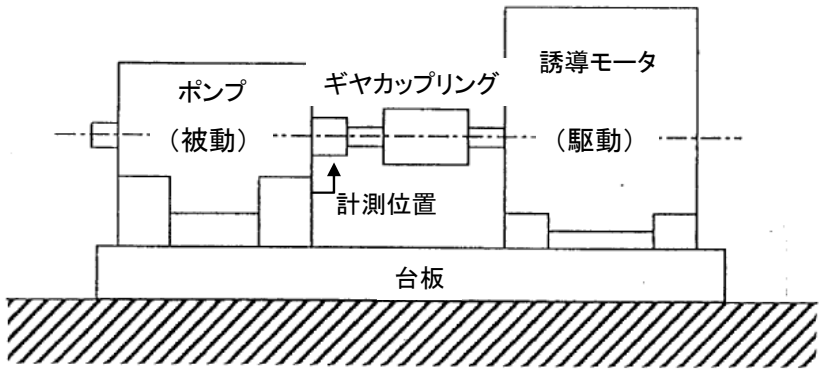


図1-8 剛性変動の発生メカニズム

エラー！ リン

クが正しくありません。



モータポンプ軸系の配置

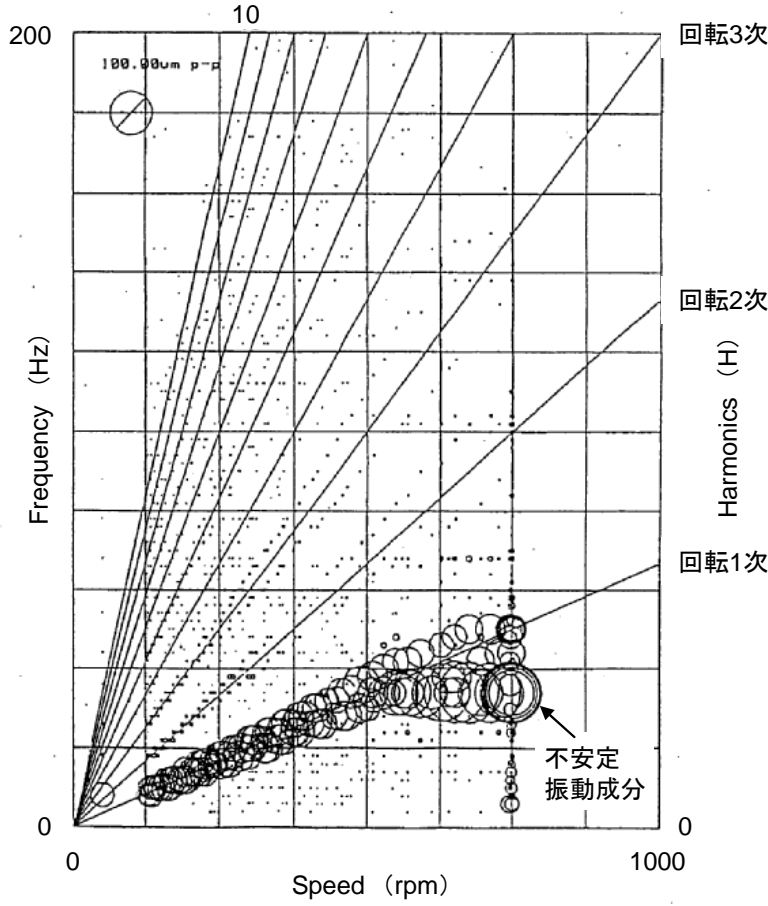


図1-9 ギヤカップリングによって引き起こされる自励振動の事例

また歯車はバックラッシュを有するので、図 1-7 に示すような不感帯が存在する。工作誤差が歯の弾性変形より小さい場合は噛合い周波数で振動する噛合い振動であるが、弾性変形より大きくなると不感帯によって歯面が分離し、歯打ちに進展することを考慮する必要がある。歯打ちは図 1-10 に示すように歯面分離と噛合いがランダムに繰り返される現象であ

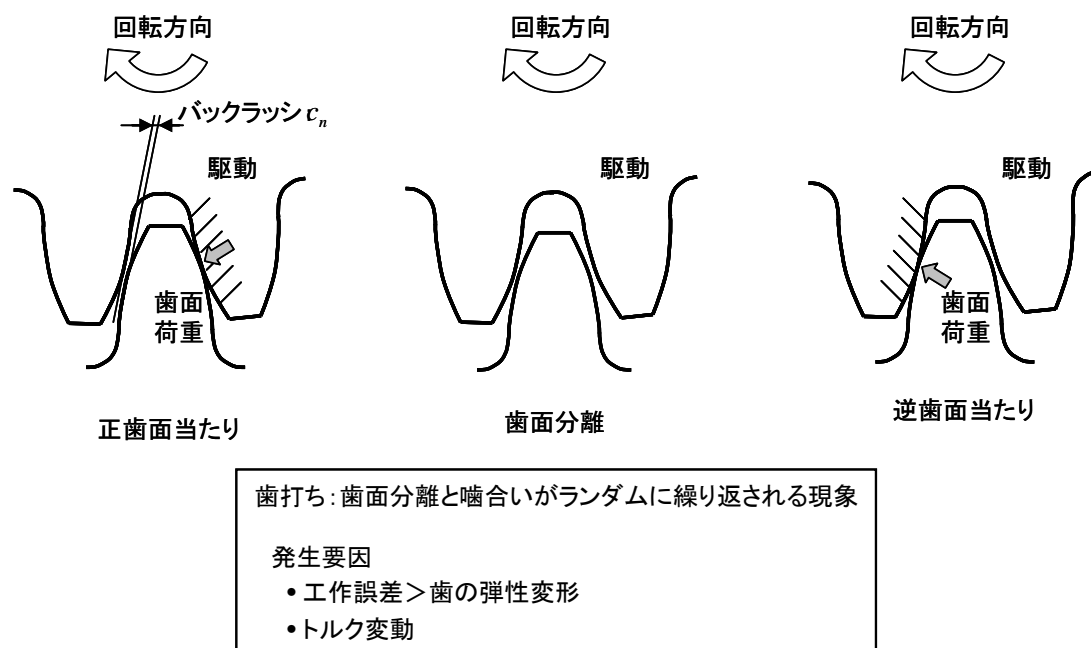


図1-10 歯打ち現象

る。ディーゼルエンジンのカム軸駆動歯車のようにトルク変動によって定常的に歯打ちを伴いながらトルクを伝達する機構もある。歯打ちは歯面が分離し、それが再び噛合う時に衝撃荷重を励起するため騒音や破損の原因になる場合が多い。

歯車の非線形シミュレーションを行うためにはこれ等を再現できるモデルを構築する必要がある。

1.3 非線形振動解析に必要な技術

図 1-11 に非線形振動に影響を及ぼす因子と必要な解析技術を示す。噛合い振動および歯打ちに影響を及ぼす因子は、図 1-11 に示すように歯面間のスキズ油膜力、くさび油膜力、トルク変動、共振、バックラッシュおよび噛合いの非線形性である。歯面間のスキズ油膜力およびくさび油膜力は歯打ちで発生した衝撃荷重を緩和する因子である。これ等の評価するためには油膜負荷能力解析が必要である。トルク変動および共振を評価するためには全体系の振動解析を必要とする。また、噛合いの非線形性を評価するためには工作誤差、

弾性変形を考慮した歯当たり解析が必要である．自励振動はカップリング剛性の非線形性および歯面間摩擦による内部減衰に影響される．これ等を評価するためにはカップリング全歯の荷重分布を解析できる歯当たり解析を必要とする．

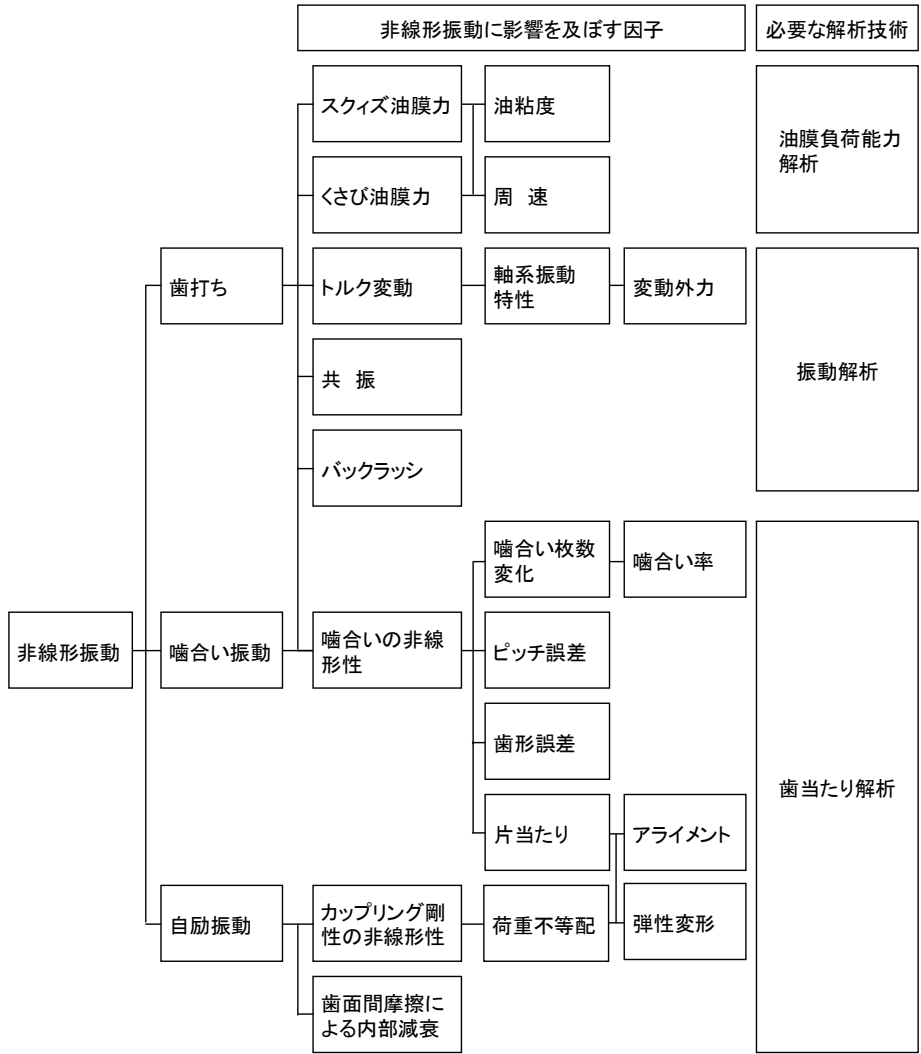


図1-11 非線形振動に影響を及ぼす因子と必要な解析技術

そこで非線形振動解析に必要な振動解析技術，歯当たり解析技術および油膜負荷能力解析技術の最新事例を調査し，本研究で扱う動力伝達歯車装置の非線形振動を十分に評価できるかを調査した．

1.4 振動解析技術の研究例

ギヤトレインの振動解析に関する最新の研究事例を調査した。

まず、田中ら^{[3]~[7]}は 5.5kW の 2 段はすば歯車減速機について歯車箱を考慮した多段はすば歯車軸系でモデル化し、歯車振動から騒音までを一貫して解析できるシステムを構築している。歯車誤差によって生じる起振力や電動機のトルク変動を線形化して周波数応答計算を行い、低騒音化のための軸系設計指針および歯車箱設計指針を提案している。

小森ら^{[8]~[10]}は歯車支持剛性が比較的低いモジュール 2.4~2.7 のギヤボックスで運転されるはすば歯車を対象として、要求される強度性能を満たしつつ低負荷時の振動性能を最適化する歯面形状設計法を提案している。幾何学的噛合い率を実歯面形状と歯のたわみを考慮して補正した実噛合い率を用いて最適な歯面形状を論じている。

西野^{[11]~[13]}は、はすば歯車で噛合いが進行する過程で歯面分布荷重の合力が軸方向に移動することを考慮した励振モデルを提案し、歯車軸系の振動応答特性、中間歯車が軸系の振動特性に及ぼす影響および歯車箱の振動応答特性を論じている。

木澤ら^[14]は、モジュール 4.5 のギヤボックスで負荷試験を行い、摩擦損失と騒音の関連を論じている。トルクを 3.3N・m~487N・m、歯形を 9 種類変えて摩擦損失と騒音の関連を調査した結果、摩擦損失と騒音レベルの間にある程度の相関があることを見出している。また、歯先・歯元修整を施した歯形あるいは円弧状の歯形が摩擦損失と騒音レベルが低いこと、中凹の歯形は逆にこれ等が大きいことを論じている。

1.5 歯当たり解析の研究例

歯当たり解析に関する最新の研究事例を調査した。

まず箱崎ら^[15]は、軸角変動用歯面隙間の最適解を求めるため歯車形継手の歯当たり解析を実施している。モジュール 4.0、歯数 40、歯幅 20mm の歯車形継手で点接触を仮定して歯当たりと軸角変動用歯面隙間を解析している。

田中ら^[16]は、歯車の接触問題について境界要素法を用いた新しい観点からの解析的な方法について研究している。境界要素法を用いることにより、全体特性（曲げ剛性）と局所特性（接触剛性）を区別することなく純解析的な解法が可能になること、円筒接触問題はヘルツの理論解と一致することを論じている。但し、本手法を平歯車およびはすば歯車の実用的な歯当たり解析に適用するには解決すべき課題も多いことを論じている。

石田ら^[17]は、三次元的な構造の薄肉歯車の接触問題を解く方法を提案している。一對の歯車間の接触を有限個の点の接触に置き換え、接触の生じる可能性のある領域近傍の各点のたわみ影響係数マトリックスを有限要素法で求め、これより線形計画法を応用して接触点の荷重分布を求めるプログラムを開発している。この方法により求めた薄肉ウェブ・リム歯車の歯面荷重を用いて計算した歯元ひずみは測定値と一致しており、解析法の妥当性を論じている。本手法は薄肉歯車には有効であるが、線形計画法を使用しているためギヤカップリングのように多数の歯が噛み合う場合は適用が困難と考える。

1.6 油膜負荷能力の研究例

油膜負荷能力に関する最新の研究事例は以下の通りである。

まず、北條ら^[18]はモジュール 2.5 のはすば歯車減速機で 90kW までの負荷試験を行い、潤滑油の粘度が噛合い振動に及ぼす影響を実験的に検討している。潤滑油粘度が噛合い振動の減衰に及ぼす影響は小さいことを論じている。

市丸ら^[19]は $4\mu\text{m}$ の正弦波状表面粗さが存在する二円筒転がり滑り接触の潤滑状態を周期境界条件を適用して解析し、混合弾性流体潤滑下の突起間干渉状態に及ぼす表面粗さの方向性の影響を検討している。粗さ突起間の空間にある潤滑油が急激に圧縮を受ける場合、スクイズ効果による衝撃的流体圧の発生を予測している。さらに突起コンジャンクションとともに移動する座標系を用いて一般化レイノルズ方程式を導き、全油量分布保存則を考慮した混合熱弾性流体潤滑の新しい解析法を提案している^[20]。

坂本ら^[21]は純転がり運動下にある EHL 膜が衝撃負荷を受けた場合の挙動を純スクイズ運動と関連させて明らかにしている。接触面が衝撃負荷を受けた場合、接触面の振動に起因する負荷過程で形成されるディンプルと除荷過程で発生する気泡により複数個の閉じ込め膜が発生することを論じている。

重田ら^[22]は滑り率、転がり速度、接触荷重および周囲温度がトラクション特性に及ぼす影響と圧縮およびせん断発熱の関係を明らかにし、それ等の因子を考慮した TEHL 最小膜厚式を導出している。

1.7 本研究の目的

文献調査の結果、現状研究結果は以下の通りであり、動力伝達歯車装置の非線形振動を評価するには以下が十分とは言えないことが分かった。

- (1) 従来の振動解析の研究結果は比較的小型の歯車装置を対象とし、構造変形量や歯車誤差の絶対値が大きい大型歯車装置へ適用できるかどうか不明
- (2) 従来の歯当たり解析の研究結果は一对の歯車を対象としており、歯車誤差の絶対値が構造変形量より大きく、且つ面接触する場合もある大型ギヤカップリングへ適用できるかどうか不明。従来のギヤカップリングの解析例は十分にクラウニングが施されて点接触あるいは線接触で近似できるギヤカップリングを対象としている。
- (3) 油膜負荷能力と全体系振動との関係を統一的に扱える解析手法はまだ提案されていない。

そこで本研究では動力伝達歯車装置の非線形振動を精度良く評価できるシミュレーション技術を開発および検証することを目的とし、下記項目を実施した。

- (1) 構造変形量や歯車誤差の絶対値が大きい大型歯車装置に対するモード合成法の適用可能性の検証
- (2) 歯車誤差の絶対値が構造変形量より大きく、且つ面接触する場合にも適用できる大規模

歯当たり解析技術の開発と検証

(3) 油膜負荷能力と全体系振動との関係を統一的に扱える解析モデルの開発と検証

1.8 本論文の内容

本論文の内容は次のような構成である。

第1章では本研究で扱う動力伝達歯車装置の噛合い振動、歯打ちおよび自励振動に対する解析技術の現状研究結果を調査し、本研究の目的を明確にした。

第2章では構造変形量や歯車誤差の絶対値が大きい大型歯車装置に対するモード合成法の適用可能性を検証するため、500kW 大型複合遊星装置でシミュレーションと実験の比較検証を行った結果を示す。モード合成法で遊星歯車装置の振動シミュレーションを行い、シミュレーションと実験結果の対応を調べた。シミュレーションと実験の比較検証より、モード合成法が大型遊星歯車装置のような複雑な多段歯車軸系の解析手法として適用できるかどうかを検討した。

第3章では歯当たりの変化に伴う非線形特性を評価する手法として面接触する場合にも適用できる大規模歯当たり解析技術を示す。曲げモーメントおよびせん断力特性が負荷トルクあるいはアライメントによって変化する非線形性の強い機械要素であるギヤカップリングに歯当たり解析技術を適用し、非線形特性を十分に評価できることを示す。また自励振動の発生条件を定量的に評価するため、ギヤカップリングの非線形性をローターダイナミクス係数（剛性および減衰行列）で整理した。

第4章では歯打ちの衝撃荷重を精度良く評価する手法として油膜負荷能力と全体系振動との関係を統一的に扱える解析モデルを示す。油膜の非線形要素と、歯の噛み合い枚数の変化および歯の噛み合い位置の変化に伴う剛性変化を考慮した噛み合い対の新しい振動モデルを示す。本モデルを一定トルクが作用する一対の歯車およびトルク変動下の歯車装置の事例としてのカム軸駆動歯車に適用し、モデルの妥当性を検討した。

第5章では、1章から4章までに得られた結論をまとめ総括とした。

第 1 章の参考文献

- [1] 歯車のおはなし，日本規格協会版
- [2] 歯車の設計・製作（I），大河出版
- [3] 田中英一郎，田中直行，大野耕作” 駆動機構要素を付加した多段歯車系の振動解析（第 1 報）”，日本機械学会論文集，2006-2013，（1999），65-633
- [4] 田中英一郎，田中直行，大野耕作” 駆動機構要素を付加した多段歯車系の振動解析（第 2 報）”，日本機械学会論文集，1967-1974，（2000），66-646
- [5] 田中英一郎，田中直行，大野耕作” 歯車箱を含めた多段はすば歯車装置の振動解析”，日本機械学会論文集，2321-2328，（2001），67-659
- [6] 田中英一郎，北條春夫，武藤大輔，元白水博文” 多段はすば歯車装置の振動放射音解析システムと歯車箱の低騒音化設計”，日本機械学会論文集，272-279，（2003），69-680
- [7] 田中英一郎，北條春夫” 歯車装置振動放射音解析システムを用いた歯車箱の低騒音化設計”，日本機械学会論文集，317-323，（2004），70-694
- [8] 小森雅晴，久保愛三，鈴木義友” はすば歯車の振動強度双方最適化歯面設計法（第 3 報，歯車諸元や材料強度，歯車支持剛性の影響）”，日本機械学会論文集，215-222，（2002），68-667
- [9] 小森雅晴，久保愛三，鈴木義友” はすば歯車の振動強度双方最適化歯面設計法（第 2 報，実用設計アルゴリズムと適用結果の評価）”，日本機械学会論文集，229-236，（2002），68-666
- [10] 小森雅晴，久保愛三，藤野裕，鈴木義友” はすば歯車の振動強度双方最適化歯面設計法（第 1 報，最適化法の基礎）”，日本機械学会論文集，221-228，（2002），68-666

-
- [11] 西野隆之” 歯車箱を含むはすば歯車系の振動解析（軸まわりの影響と負荷領域での振動挙動）”，日本機械学会論文集，196-203，（2003），69-679
- [12] 西野隆之” 多段はすば歯車系の振動挙動（中間軸の連成振動に関する理論的検討）”，日本機械学会論文集，239-247，（2002），68-670
- [13] 西野隆之” はすば歯車装置の振動応答（第4報，移動荷重を考慮したかみあいモデルの提案）”，日本機械学会論文集，276-284，（2001），67-664
- [14] 木澤新吾，灰塚正次，田所浩” 平歯車の摩擦損失と騒音に関する研究（歯形誤差形状の影響）”，日本機械学会論文集，353-360，（2004），70-699
- [15] 箱崎義英，島地重幸” 歯車形軸継手の歯当たり及び軸角変動用歯面隙間”，日本機械学会論文集，2753-2759，（2004），70-697，C編
- [16] 田中道彦，辺見信彦，籠橋孝光” 歯車の3次元接触問題の解析的方法（境界要素法を用いた基礎的研究）”，日本機械学会論文集，-，（2000），66-647，C編
- [17] 石田武，李樹庭” 有限要素法と線形計画法を用いた三次元構造薄肉平歯車の歯面荷重および接触応力の解析法”，日本機械学会論文集，-，（1997），63-606，C編
- [18] H. Houjoh, C. Ratanasumawong, H. Hayakawa, M. Mori and S. Matsumura: “Experimental Investigation of the Effect of Lubricant Viscosity on Gear Mesh Vibration”，The 1st International Conference on Manufacturing, Machine Design and Tribology, June 23-24 2005, Seoul
- [19] 市丸和徳，杜曉非” 2円筒転がり滑り接触下の混合弾性流体潤滑状態に及ぼす粗さ方向性の影響”，日本トライボロジー学会トライボロジー会議予稿集，177-178，（2000-5），東京
- [20] 市丸和徳” 混合熱弾性流体潤滑の新解析法ーレイノルズ方程式のスクイズ作用のみによる表現とキャビテーションアルゴリズムー”，日本トライボロジー学会トライボロジー会議予稿集，165-166，（2004-11），鳥取

- [21] 坂本めぐみ, 西川宏志, 兼田偵宏” 変動荷重下における EHL 膜の挙動 (第 2 報) ” ,
日本トライボロジー学会トライボロジー会議予稿集, 151-152, (2003-11) , 新潟
- [22] 重田泰志, 兼田偵宏, 揚広然” 点接触 EHL トラクション特性に及ぼす圧縮及びせん断
発熱の影響 (第 2 報) ” , 日本トライボロジー学会トライボロジー会議予稿集, 149-150,
(2003-11) , 新潟

第 2 章

モード合成法による振動伝達特性解析

2.1 緒言

ここでは、構造変形量や歯車誤差の絶対値が大きい大型歯車装置の振動伝達特性解析法としてモード合成法の適用可能性を検証するため、500kW 大型複合遊星歯車装置でシミュレーションと実験の比較検証を行った結果を示す。

遊星歯車装置は図 2.1 に示すように、中央部に太陽歯車があり、この太陽歯車に噛合ういくつかの遊星歯車に取り付けてあり、その外側を取り囲む円筒形の内歯車がある。これら遊星歯車はキャリアで連結される。

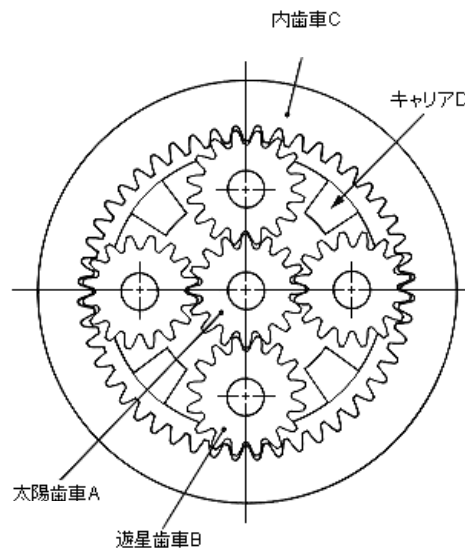


図 2-1 遊星歯車装置の構造

遊星歯車装置はどの歯車を固定するかによってタイプが分かれる。図 2-2 は遊星歯車装置のタイプを示す。内歯車が固定された遊星歯車装置はプラネタリ型と呼ばれる。この場合、キャリアおよび太陽歯車が入出力軸となる。太陽歯車が固定された遊星歯車装置はソーラー型と呼ばれる。この場合、キャリアおよび内歯車が入出力軸となる。これ等のタイプの遊星歯車は太陽歯車の回りを公転しながら自転することになる。キャリアが固定された遊星歯車装置はスター型と呼ばれる。この場合、内歯車および太陽歯車が入出力軸となる。この場合、遊星歯車は公転せず自転のみとなる。

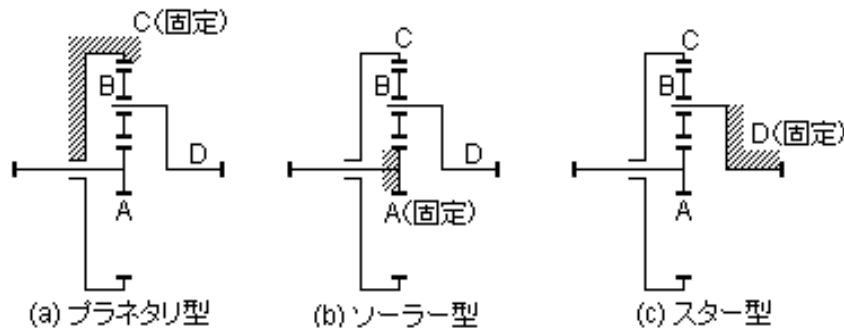


図 2-2 遊星歯車装置のタイプ

遊星歯車装置は乗用車、ヘリコプターや航空機エンジン、船用さらには風車としても幅広く用いられている。他の平行軸歯車装置に比較してコンパクト性、トルク／重量比が小さいなど多くの有利な点があることが知られている。

近年、乗用車や風車の変速機部を構成する遊星歯車機構において、歯車の噛み合い部から発生する振動・騒音を低減する要求が増加している。

遊星歯車装置の振動・騒音解析については、噛み合っている歯と支持軸受をばねで表現し、歯車を剛体として連結したモデルによる検討がなされた⁽¹⁾。

最近では、Agashe⁽²⁾らにより有限要素法を用い、歯を精密に表現し接触応力を取り入れる試みもなされている。計算による応答は、噛み合い周波数の倍音が固有振動数と一致すると共振するという従来からの知見と同じ結果を示した。しかし、ある速度では励起されるべき共振が生じないという検討結果も示されている。

また、吉野ら⁽³⁾により遊星歯車が固定支持されたスター型遊星歯車装置内に設置された軸受を持たない太陽歯車の横振動に関する研究も行われている。モータからダイナメータまでの回転軸系全体を 15 自由度を持つ力学モデルで考察し、各構成部品の振動形態をシミュレーションし、実験値と比較した。その結果、計算値は軸系全体のねじり共振が発生することにより、構成する歯車列に歯面分離が発生し、軸受を持たない太陽軸に横振動を与え

ている結果が得られた。さらには、陳ら⁽⁴⁾により遊星歯車の噛み合い位相差と遊星歯車のねじり振動の起振力との関係を示し、噛み合い位相を与えた遊星歯車機構と噛み合い位相を与えない遊星歯車機構の振動と騒音が測定できる試験機が製作された。この試験機を用いて種々の運転条件において遊星歯車機構の騒音と振動加速度を測定して噛み合いに位相差を与えれば騒音・振動をかなり低減できることも明らかにされている。

しかし従来の研究結果は比較的小型の遊星歯車装置を対象とし、構造変形量が歯車誤差の絶対値が大きい大型歯車装置へ適用できるかどうか不明であった。そこで、本研究では、従来研究例の少なかった大型複合遊星装置を対象とし、シミュレーションと実験の比較検証を行った。実験は内歯車の歯形誤差を変えて歯元応力、ねじり振動、内歯車のリング振動を計測し、スター型遊星歯車装置の内歯車のリング振動と噛み合い周波数の高次成分の関係を検討した。シミュレーションは歯当たり解析とモード合成法の連携解析手法を適用した。モード合成法は個別の軸の振動モードを歯部の剛性特性で結合させて全体系の振動モードを解析する手法である。歯形誤差のある歯車の剛性特性と噛み合い伝達誤差特性を歯当たり解析で求め、モード合成法で遊星歯車装置の振動シミュレーションを行い、シミュレーションと実験結果の対応を調べた。以上のシミュレーションと実験の比較検証より、本手法が大型遊星歯車装置のような複雑な多段歯車軸系の解析手法として適用できるかどうかを検討した。

2.2 遊星歯車装置の振動計測

図 2-3 に試験に用いた増速機と計測点の概略図を示す。実際に産業用として使用している 2 段増速式の遊星歯車である。1 段はスター型であり、2 段はプラネタリ型である。1 段側の入力回転数は 32rpm で、2 段側の出力回転数は 1500rpm である。伝達馬力は 500kW である。表 2-1 に歯車諸元を示す。

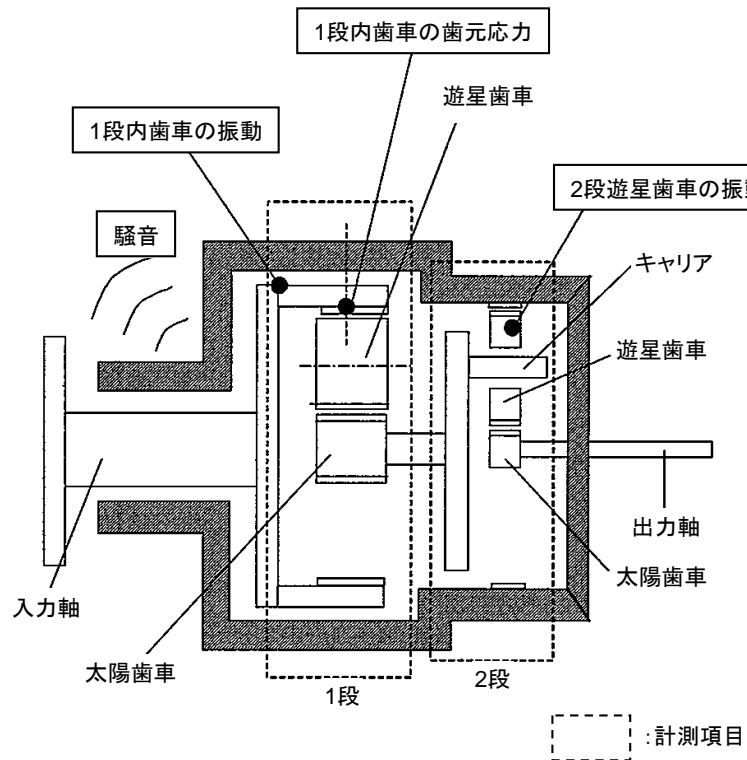


図2-3 試験に用いた増速機と計測点の概略図

表2-1 増速機の歯車諸元

	1段			2段		
	内歯車	遊星歯車	太陽歯車	内歯車	遊星歯車	太陽歯車
伝達動力 (kW)	500					
歯 数	111	45	21	186	81	24
ピッチ円径 (mm)	999	405	189	837	364.5	108
回転数 (rpm)	32.4	80.0	171.4	0	393.7	1500
個 数	1	3	1	1	3	1
歯 幅 (mm)	190			95		
モジュール	9			4.5		
熱処理	浸 炭		調 質	浸 炭		調 質
材 質	SCM420		SCM440	SCM420		SCM440

2.2.1 1段内歯車の歯元曲げ応力計測

図 2-4 に示した内歯車の場所に、歪みゲージを取り付けた。図 2-4 における①～⑤は歪みゲージによる計測位置を示す。①の場所では歯幅の中央位置に、②の場所では歯幅の端の位置に④の場所では4ヶ所、⑤の場所では歯幅の中央部に1ヶ所歪みゲージを取り付けた。以上のようにして、歯幅方向の応力分布を計測するようにした。計測配線図を図 2-5 に示す。計測データは入力軸に取り付けられたデータレコーダを用いて採取された。なお、歯直角断面から見た歯元すみ肉部の歪ゲージ貼り付け位置は 45° 接線法により得られる最弱断面部とした。

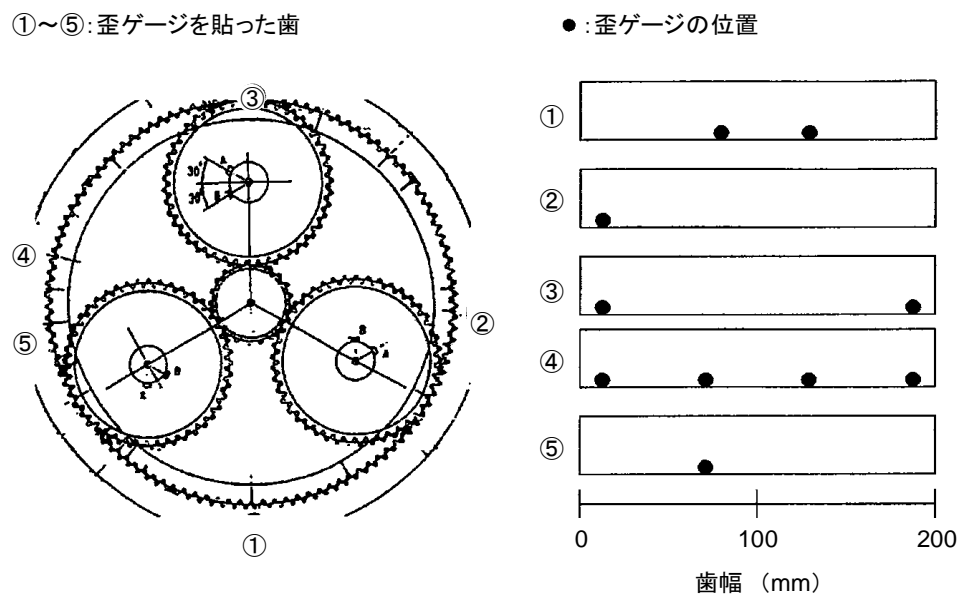


図2-4 1段内歯車の歯元曲げ応力計測位置

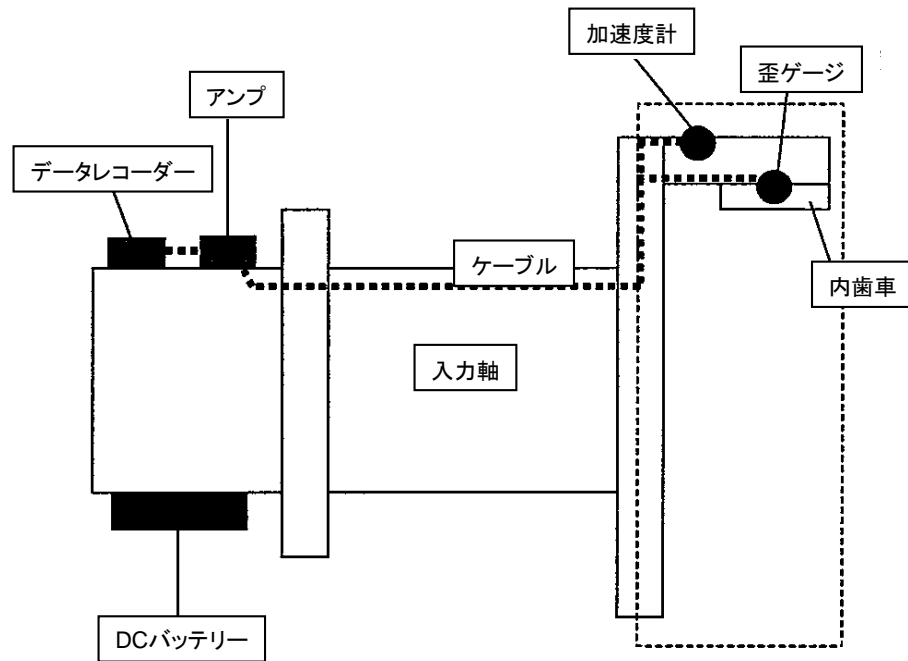


図2-5 1段内歯車の計測データ取り出し方法

2.2.2 1段内歯車の振動計測

半径方向の加速度計測を実施した。計測されたデータは歯元曲げ応力と同様な方法で、入力軸に取り付けられたデータレコーダを用いて採取した。

2.2.3 2段遊星歯車の振動計測

円周方向の加速度計測を実施した。図 2-6 に示したように遊星歯車を加工し、加速度計とバッテリー付きテレメーター装置を各々装着した。同時に送信アンテナは円周方向に沿って装着され、計測データはアンテナから外部の計測器へとることができた。

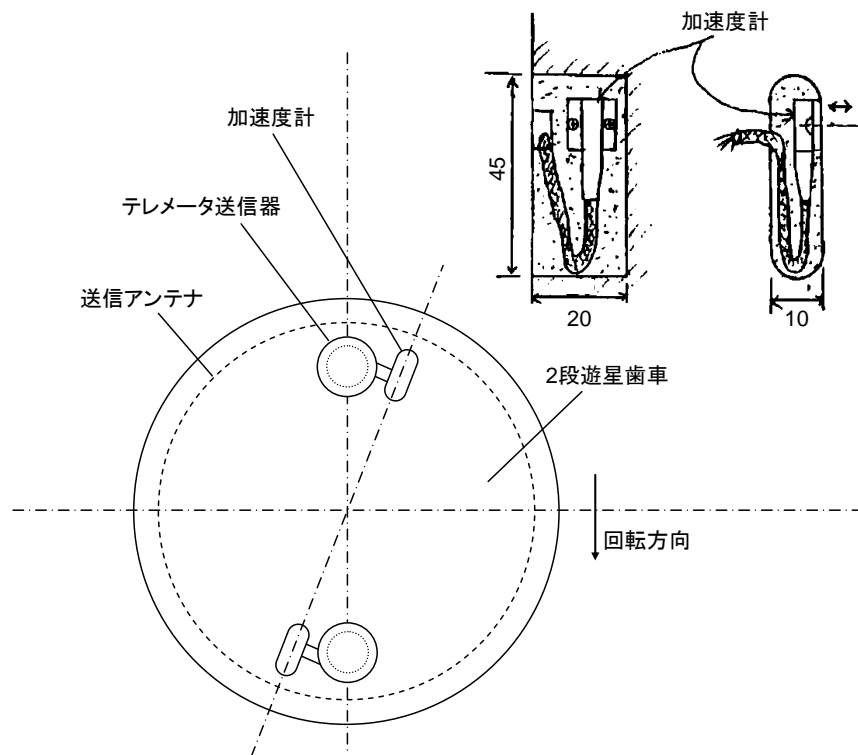


図2-6 2段遊星歯車加速度の計測方法

2.2.4 試験ケース

試験は内歯車が二つの異なった歯切り精度を持つ装置で行い，それによる振動，騒音の差異について検証を行った．ケース1では通常の精度で加工された内歯車を用い，ケース2ではケース1よりも高精度に加工された内歯車を用いた．

図2-7に各ケースの内歯車歯形の比較を示す．(a)と(b)は各々第1段の歯形であり，(c)と(d)は第2段の歯形を示している．

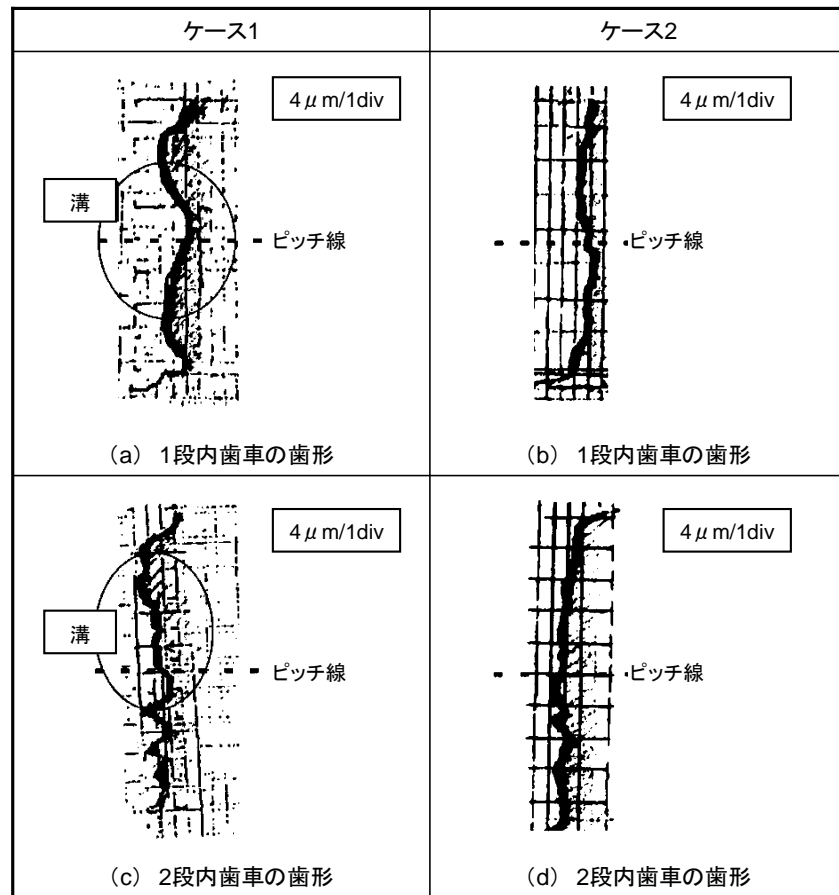


図2-7 実験に使用した内歯車の歯形誤差

図 2-7 に示されているように、ケース 1 の第 1 段内歯車ではピッチ点付近に約 $12\mu\text{m}$ のコンケーブ状の溝が見られ、第 2 段内歯車では約 $8\mu\text{m}$ のコンケーブ状の溝が見られる。

ケース 2 ではそれらの溝は除去され、歯形の凹凸は $4\mu\text{m}$ 以内になっている。

2.2.5 試験方法

試験は'back to back'試験法を採用した。図 2-8 に試験方法を示すが、2つの遊星歯車装置を用い、一つはモータで駆動され減速機として機能し、もう一つは増速機として機能し発電機を駆動する。2つの遊星歯車装置はユニバーサルジョイントで結合した。

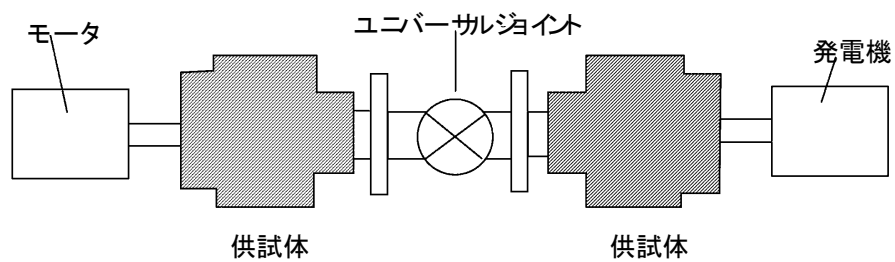


図 2-8 試験方法

2.3 モード合成法による多段歯車系の解析

図 2-9 に試験歯車装置の解析に用いたモード合成法の概要を示す. 図 2-9 は 1 対の平行軸歯車系を事例にモード合成法で軸系全体を解析する手順を説明したものである.

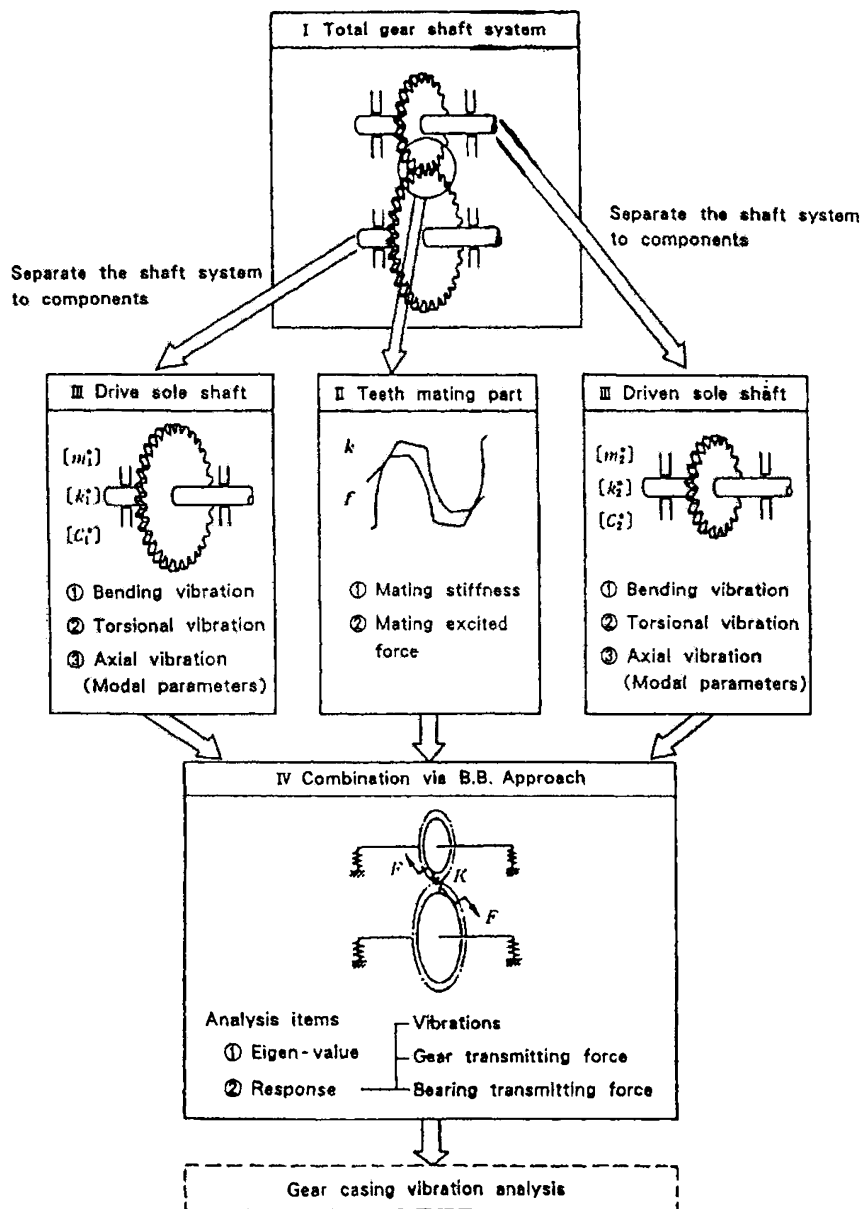


図2-9 モード合成法の解析手順

まず、図 2-9 に示すように全体軸系 I を歯車軸系の軸 III と噛合い対 II に分離する。分離された個々の軸 III についてモード解析を適用し、モード質量、モード剛性等のモード定数を導出する。

噛合い対 II については、歯の進行や伝達荷重の変化、あるいは歯形誤差に伴う噛合い伝達誤差の特性を静解析により求める。歯当たり解析にあたっては T.F.Conry⁽⁵⁾らが歯車に適

用した線形計画法を採用した。

次に変位の連続条件と力の釣合い条件，すなわち軸と噛合い対の結合部で変位が等しく力が釣合うことを用いて，軸のモード定数と噛合い対の伝達特性を結合させ，全体系の解析を行う。

従来は噛合い対を線形ばねで定式化していたため，歯車誤差による非線形噛合いを考慮できなかったが，今回、伝達荷重と噛合い伝達誤差の非線形な関係をテーブル化し，時刻歴積分の中でそのテーブルを時々刻々参照して計算する手法を開発したことで，誤差を考慮した伝達荷重を考慮できるようになった（2.3.2 参照）。

2.3.1 運動方程式の導出

2.3.1.1 軸の運動方程式

軸の運動方程式は，まず図 2-10 に示す物理座標系 $0_i - x_i y_i z_i$ で運動方程式を導き，それをモード座標系に変換して求める。

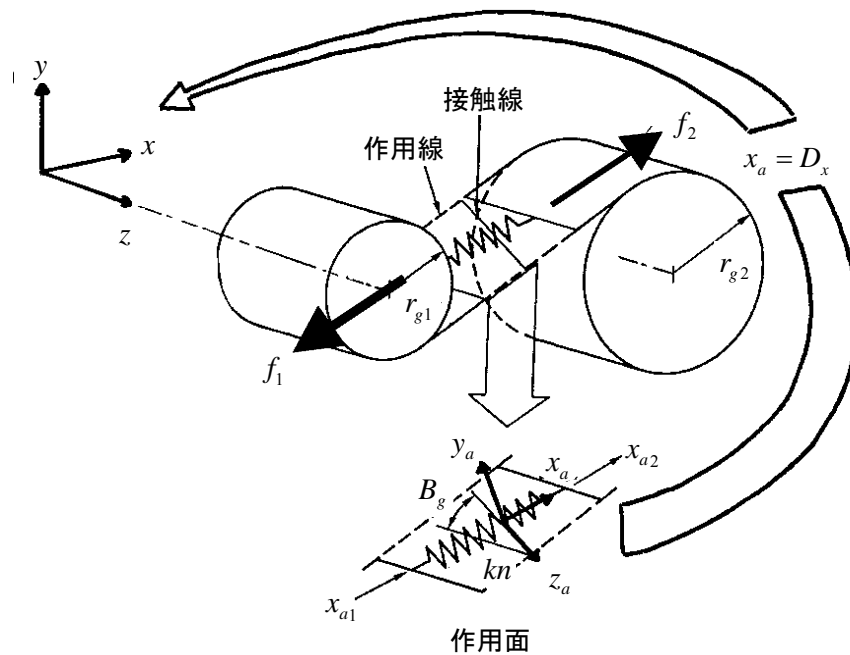


図2-10 解析に使用する座標系

座標系 $0_i - x_i y_i z_i$ において， z_i は軸方向に等しく， x_i, y_i は右手系を成すように任意に選ぶ。座標系 $0_i - x_i y_i z_i$ を以降全体座標系と定義する。全体座標系で軸の運動方程式は次

のように与えられる.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_i \ddot{\mathbf{x}}_i + \mathbf{C}_i \dot{\mathbf{x}}_i + \mathbf{K}_i \mathbf{x}_i &= \mathbf{f}_i \\ (i=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (2-1)$$

ここで,

$\mathbf{M}_i, \mathbf{C}_i, \mathbf{K}_i$: 質量, 減衰及び剛性行列

$\mathbf{x}_i, \mathbf{f}_i$: 変位及び外力ベクトル

n : 軸の個数

式(2-1)を次の式(2-2)を用いてモード座標系に変換すれば軸の運動方程式は式(2-3)のように表される.

$$\mathbf{x}_i = \Phi_i \mathbf{q}_i^* \quad (2-2)$$

$$[\backslash m_i^* \backslash] \ddot{\mathbf{q}}_i^* + [\backslash c_i^* \backslash] \dot{\mathbf{q}}_i^* + [\backslash k_i^* \backslash] \mathbf{q}_i^* = \mathbf{f}_i^* \quad (2-3)$$

($i=1, 2, \dots, n$)

ここで,

Φ_i : モード行列

\mathbf{q}_i^* : モード座標ベクトル

$[\backslash m_i^* \backslash] = \Phi_i^T \mathbf{M}_i \Phi_i$: モード質量行列

$[\backslash c_i^* \backslash] = \Phi_i^T \mathbf{C}_i \Phi_i$: モード減衰行列

$[\backslash k_i^* \backslash] = \Phi_i^T \mathbf{K}_i \Phi_i$: モード剛性行列

$\mathbf{f}_i^* = \Phi_i^T \mathbf{f}_i$: モード外力ベクトル

\bigcirc^T : 行列の転置を表す.

$[\backslash \bigcirc \backslash]$: 対角行列であることを示す. 即ち, $[\backslash \bigcirc \backslash] = \mathbf{DIOG}[\bigcirc]$

\bigcirc^* : モード変換後であることを示す.

2.3.1.2 噛合い対の運動方程式

軸と軸の連結は歯車の歯部で行う. 低次のモードを除けば軸の剛性より歯部の剛性が小さいことが多く, 部分構造合成法で精度の高い解が得られるため連結部として歯部を選んでいる.

噛合い対の運動方程式は座標系 $0_a - x_a y_a z_a$ で導く. 座標系 $0_a - x_a y_a z_a$ において, x_a, z_a

は作用面上にあり，さらに z_a は接触線上に置かれている．座標系 $0_a-x_a y_a z_a$ を以後局所座標系と定義する．

噛合い対の駆動側軸番号を 1，被動側の軸番号を 2 とすれば運動方程式は局所座標系で次のように表される．第 1 項が歯面間の油膜作用によって生じる減衰力，第 2 項が歯のたわみによって生じる弾性変形力である．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_n & -\mathbf{C}_n \\ -\mathbf{C}_n & \mathbf{C}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{a1} \\ \mathbf{x}_{a2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_n & -\mathbf{K}_n \\ -\mathbf{K}_n & \mathbf{K}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{a1} \\ \mathbf{x}_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

ここで，

$\mathbf{x}_{a1}, \mathbf{x}_{a2}$: 局所座標系から見た駆動軸及び
被動軸の変位ベクトル

\mathbf{K}_n : 歯部剛性行列

$$\mathbf{K}_n = \begin{bmatrix} k_n(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

\mathbf{C}_n : 歯部減衰行列

$$\mathbf{C}_n = \begin{bmatrix} C_n(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

第 2 項の弾性変形力は歯の噛合い枚数や歯形誤差，あるいは軸の変位に依存して変化し非線形であるので，弾性変形力を噛合い伝達誤差の関数 $f(\Delta)$ で定義し， $f(\Delta)$ を静解析により求める． $f(\Delta)$ は次式で与えられる．

$$\mathbf{f}(\Delta) = \mathbf{K}_n(\mathbf{x}_{a1} - \mathbf{x}_{a2}) \quad (2-5)$$

ここで，

Δ : 噛合い伝達誤差ベクトル，

$$\Delta = \mathbf{x}_{a1} - \mathbf{x}_{a2}$$

歯部減衰 $C_n(t)$ は次式で与える．

$$C_n(t) = 2\zeta \sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}} \cdot k_n(t) \quad (2-6)$$

ここで,

ζ : 歯面減衰比

m_1, m_2 : 駆動歯車, 被動歯車の有効質量

$$m_1 = I_{p1} / r_{g1}^2, \quad m_2 = I_{p2} / r_{g2}^2$$

I_{p1}, I_{p2} : 駆動歯車, 被動歯車の極慣性モーメント

r_{g1}, r_{g2} : 駆動歯車, 被動歯車の基礎円半径

2.3.1.3 変位の連続条件

局所座標系と全体座標系の関係を次のように表す.

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}_{a1} &= \mathbf{D}_1 \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_{a2} &= \mathbf{D}_2 \mathbf{x}_2 \end{aligned} \right\} \quad (2-7)$$

ここで,

$\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2$: 全体座標系から局所座標系への座標系変換行列

式(2-2)を式(2-7)に代入すれば, 変位の連続条件は次のように表される.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{q}_1^* \\ \mathbf{q}_2^* \\ \vdots \\ \mathbf{q}_n^* \\ \mathbf{x}_{a1} \\ \mathbf{x}_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{E}_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \mathbf{E}_n & \\ \mathbf{D}_1 \Phi_1 & 0 & 0 & \\ 0 & \mathbf{D}_2 \Phi_2 & 0 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1^* \\ \mathbf{q}_2^* \\ \vdots \\ \mathbf{q}_a^* \end{bmatrix} \quad (2-8)$$

ここで,

$\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_n$: 単位行列

局所座標系から全体座標系への変換は図 2-11 および図 2-12 に示すように 4 回の座標変換を介して実施される. 図 2-11 は内歯車対の変換手順, 図 2-12 は外歯車対の変換手順を示す. 図に示すように, 座標変換は

局所座標系→軸直角座標系→歯車軸座標系→歯車対座標系→全体座標系

の順で変換される。

軸直角座標系と局所座標系間の変換行列を \mathbf{T}_a ，歯車軸座標系と軸直角座標系の変換行列を \mathbf{T}_b ，歯車対座標系と歯車軸座標系の変換行列を \mathbf{T}_c ，全体座標系と歯車対座標系の変換行列を \mathbf{T}_p とすれば \mathbf{D}_1 および \mathbf{D}_2 は次式で与えられる。

$$\mathbf{D}_1 = \mathbf{T}_{a1} \mathbf{T}_{b1} \mathbf{T}_{c1} \mathbf{T}_{p1} \quad (2-9)$$

$$\mathbf{D}_2 = \mathbf{T}_{a2} \mathbf{T}_{b2} \mathbf{T}_{c2} \mathbf{T}_{p2} \quad (2-10)$$

(2-9)式および(2-10)式において、右下添字の 1 は駆動歯車を，2 は被動歯車を示す。

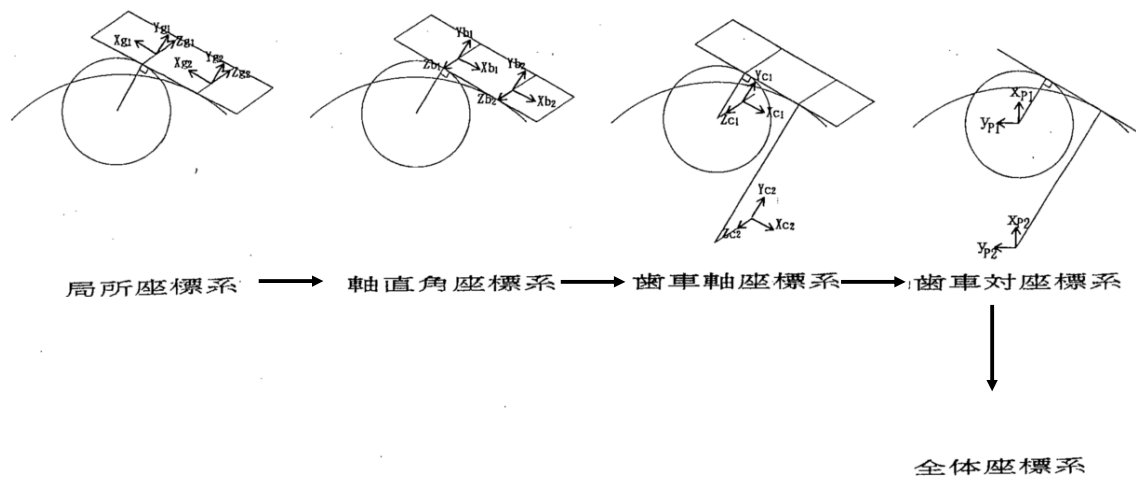


図 2-11 内歯車対の変換手順

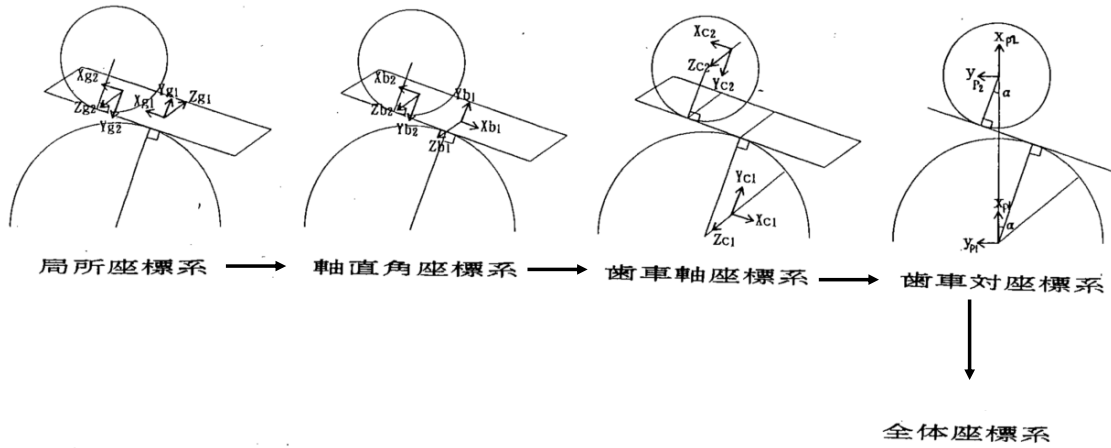


図 2-12 外歯車対の変換手順

座標変換式は内歯車対と外歯車対，あるいは駆動歯車と被動歯車で異なる．以下にそれぞれの座標変換式を示す．

(1) 軸直角座標系と局所座標系間の変換行列 \mathbf{T}_a

座標間の関係は次式で与えられる．

$$\mathbf{x}_{a1} = \mathbf{T}_{a1} \mathbf{x}_{b1} \quad (2-11)$$

$$\mathbf{x}_{a2} = \mathbf{T}_{a2} \mathbf{x}_{b2} \quad (2-12)$$

ここで，

\mathbf{x}_{b1} ， \mathbf{x}_{b2} ：軸直角座標系から見た駆動軸及び被動軸の変位ベクトル

\mathbf{T}_{a1} および \mathbf{T}_{a2} は内歯車対の場合，次式で与えられる．

$$\mathbf{T}_{a1} = {}^i\mathbf{T}_{a1} = \begin{bmatrix} {}^i\mathbf{A}_a \mathbf{H} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & {}^i\mathbf{A}_a \mathbf{H} \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

$$\mathbf{T}_{a2} = {}^i\mathbf{T}_{a2} = {}^i\mathbf{T}_{a1} \quad (2-14)$$

ここで，

左上添字の i は内歯車対であることを示す．以下同様．

$${}^i\mathbf{A}_a = \begin{bmatrix} -\cos\beta_g & 0 & \sin\beta_g \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta_g & 0 & \cos\beta_g \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} (-1)^j & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (-1)^j \end{bmatrix}$$

β_g : 基礎円筒ねじれ角

j : 駆動側回転方向が反時計回りなら 0, 時計回りなら 1

外歯車対の場合次式で与えられる.

$$\mathbf{T}_{a1} = {}^e\mathbf{T}_{a1} = \begin{bmatrix} {}^e\mathbf{A}_{a1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & {}^e\mathbf{A}_{a1} \end{bmatrix} \quad (2-15)$$

$$\mathbf{T}_{a2} = {}^e\mathbf{T}_{a2} = \begin{bmatrix} {}^e\mathbf{A}_{a2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & {}^e\mathbf{A}_{a2} \end{bmatrix} \quad (2-16)$$

ここで,

左上添字の e は外歯車対であることを示す. 以下同様.

$${}^e\mathbf{A}_{a1} = \begin{bmatrix} (-1)^{j+1} \cdot \cos\beta_g & 0 & (-1)^j \cdot \sin\beta_g \\ 0 & 1 & 0 \\ (-1)^{j+1} \cdot \sin\beta_g & 0 & (-1)^{j+1} \cdot \cos\beta_g \end{bmatrix}$$

$${}^e\mathbf{A}_{a2} = \begin{bmatrix} (-1)^j \cdot \cos\beta_g & 0 & \sin\beta_g \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta_g & 0 & (-1)^j \cdot \cos\beta_g \end{bmatrix}$$

(2) 歯車軸座標系と軸直角座標系間の変換行列 \mathbf{T}_b

座標間の関係は次式で与えられる.

$$\mathbf{x}_{b1} = \mathbf{T}_{b1} \mathbf{x}_{c1} \quad (2-17)$$

$$\mathbf{x}_{b2} = \mathbf{T}_{b2} \mathbf{x}_{c2} \quad (2-18)$$

ここで,

\mathbf{x}_{c1} , \mathbf{x}_{c2} : 歯車軸座標系から見た駆動軸及び被動軸の変位ベクトル

\mathbf{T}_{b1} および \mathbf{T}_{b2} は内歯車対の場合, 次式で与えられる.

$$\mathbf{T}_{b1} = {}^i\mathbf{T}_{b1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{g1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -r_{g1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-19)$$

$$\mathbf{T}_{b2} = {}^i\mathbf{T}_{b2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{g2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -r_{g2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-20)$$

ここで,

r_{g1}, r_{g2} : 駆動歯車, 被動歯車の基礎円半径

外歯車対の場合次式で与えられる.

$$\mathbf{T}_{b1} = {}^e\mathbf{T}_{b1} = {}^i\mathbf{T}_{b1} \quad (2-21)$$

$$\mathbf{T}_{b2} = {}^e\mathbf{T}_{b2} = {}^i\mathbf{T}_{b2} \quad (2-22)$$

(3) 歯車対座標系と歯車軸座標系間の変換行列 \mathbf{T}_c

座標間の関係は次式で与えられる.

$$\mathbf{x}_{c1} = \mathbf{T}_{c1} \mathbf{x}_{p1} \quad (2-23)$$

$$\mathbf{x}_{c2} = \mathbf{T}_{c2} \mathbf{x}_{p2} \quad (2-24)$$

ここで,

$\mathbf{x}_{p1}, \mathbf{x}_{p2}$: 歯車対座標系から見た駆動軸及び被動軸の変位ベクトル

\mathbf{T}_{c1} および \mathbf{T}_{c2} は内歯車対の場合, 次式で与えられる.

$$\mathbf{T}_{c1} = {}^i\mathbf{T}_{c1} = \begin{bmatrix} {}^i\mathbf{A}_c & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & {}^i\mathbf{A}_c \end{bmatrix} \quad (2-25)$$

$$\mathbf{T}_{c2} = {}^i\mathbf{T}_{c2} = {}^i\mathbf{T}_{c1} \quad (2-26)$$

ここで,

$${}^i\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} (-1)^{m+j} \cdot \sin\alpha_b & -\cos\alpha_b & 0 \\ \cos\alpha_b & (-1)^{m+j} \cdot \sin\alpha_b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

α_b : 噛合い圧力角

m : 内歯車が駆動なら 0, 遊星歯車が駆動なら 1

j : 駆動側回転方向が反時計回りなら 0, 時計回りなら 1

外歯車対の場合次式で与えられる.

$$\mathbf{T}_{c1} = {}^e\mathbf{T}_{c1} = \begin{bmatrix} {}^e\mathbf{A}_{c1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & {}^e\mathbf{A}_{c1} \end{bmatrix} \quad (2-27)$$

$$\mathbf{T}_{c2} = {}^e\mathbf{T}_{c2} = \begin{bmatrix} {}^e\mathbf{A}_{c2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & {}^e\mathbf{A}_{c2} \end{bmatrix} \quad (2-28)$$

ここで,

$${}^e\mathbf{A}_{c1} = \begin{bmatrix} (-1)^{j+1} \cdot \sin\alpha_b & -\cos\alpha_b & 0 \\ \cos\alpha_b & (-1)^{j+1} \cdot \sin\alpha_b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^e\mathbf{A}_{c2} = \begin{bmatrix} (-1)^j \cdot \sin\alpha_b & \cos\alpha_b & 0 \\ -\cos\alpha_b & (-1)^j \cdot \sin\alpha_b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(4) 全体座標系と歯車対座標系間の変換行列 \mathbf{T}_p

座標間の関係は次式で与えられる.

$$\mathbf{x}_{p1} = \mathbf{T}_{p1}\mathbf{x}_1 \quad (2-29)$$

$$\mathbf{x}_{p2} = \mathbf{T}_{p2} \mathbf{x}_2 \quad (2-30)$$

ここで,

$\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$: 全体座標系から見た駆動軸及び被動軸の変位ベクトル

\mathbf{T}_{p1} および \mathbf{T}_{p2} は内歯車対の場合, 次式で与えられる.

$$\mathbf{T}_{p1} = {}^i\mathbf{T}_{p1} = \begin{bmatrix} {}^i\mathbf{A}_p & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & {}^i\mathbf{A}_p \end{bmatrix} \quad (2-31)$$

$$\mathbf{T}_{p2} = {}^i\mathbf{T}_{p2} = {}^i\mathbf{T}_{p1} \quad (2-32)$$

ここで,

$${}^i\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 \\ -\cos\theta_i & \sin\theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

θ_i : i 番遊星の中心線と全体座標系の y 軸が成す角 (図 2-13 参照)

外歯車対の場合次式で与えられる.

$$\mathbf{T}_{p1} = {}^e\mathbf{T}_{p1} = {}^i\mathbf{T}_{p1} \quad (2-33)$$

$$\mathbf{T}_{p2} = {}^e\mathbf{T}_{p2} = {}^i\mathbf{T}_{p2} \quad (2-34)$$

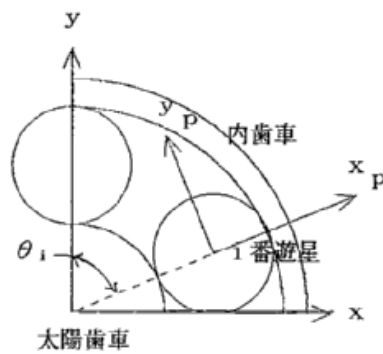


図 2-13 θ_i の説明

2.3.1.4 全体系の運動方程式

式(2-3), 式(2-4)及び式(2-5)を, 式(2-8)を用いて連結させれば次式を得る.

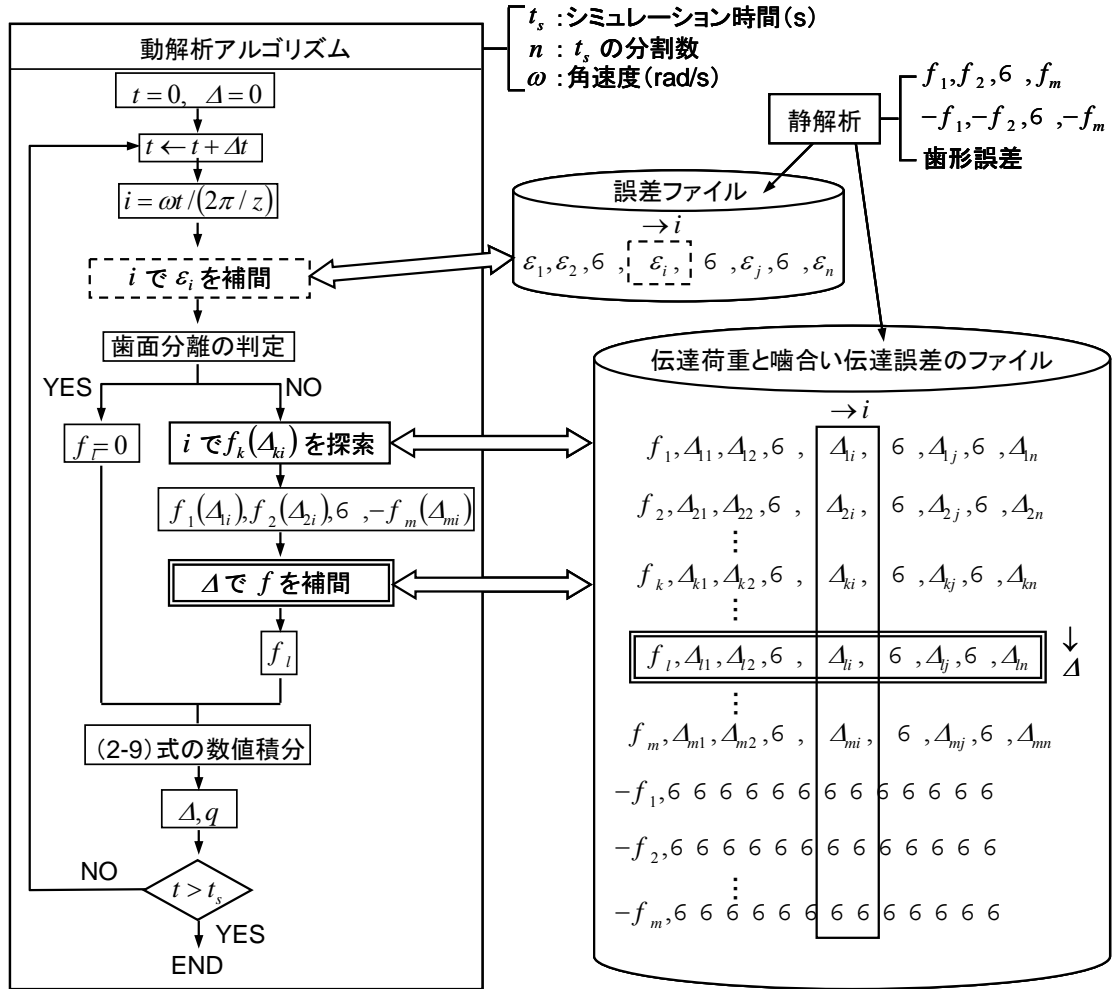


図2-14 計算手順

2.4 遊星歯車軸系のモデル化

遊星歯車軸系のモデル化に際しては、次の点を考慮した。

- (1) 曲げとねじれの振動モードを考慮した。
- (2) スター型である 1 段内歯車についてリング振動を考慮した。解析に使用したリングモードを図 2-15 に示す。
- (3) 歯面減衰比は 10%を仮定した。

なお、2 段遊星歯車（高速段）はリングの両端が固定され、且つ径が小さいのでリング振動の固有振動数は噛合い周波数に対して十分高く、影響が小さいので省略した。

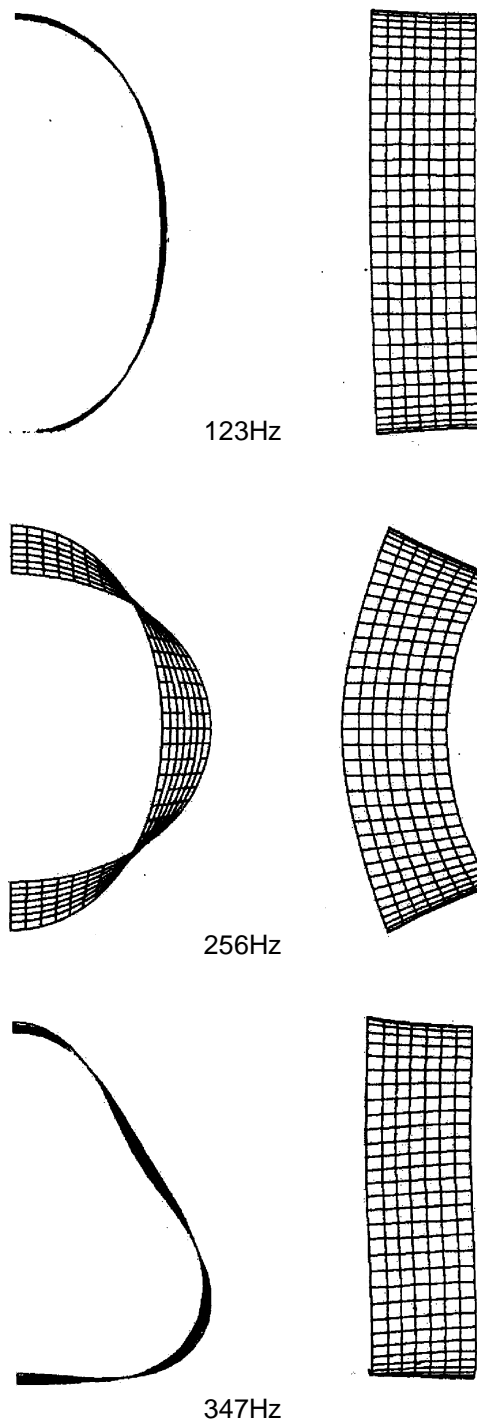


図2-15 解析に使用した1段内歯車のリング振動モード

2.5 シミュレーション

2.5.1 1段内歯車の歯元曲げ応力

通常の精度で加工されたケース1の内歯車の歯元曲げ応力計測結果を図2-16に示す。運転条件は500kWである。

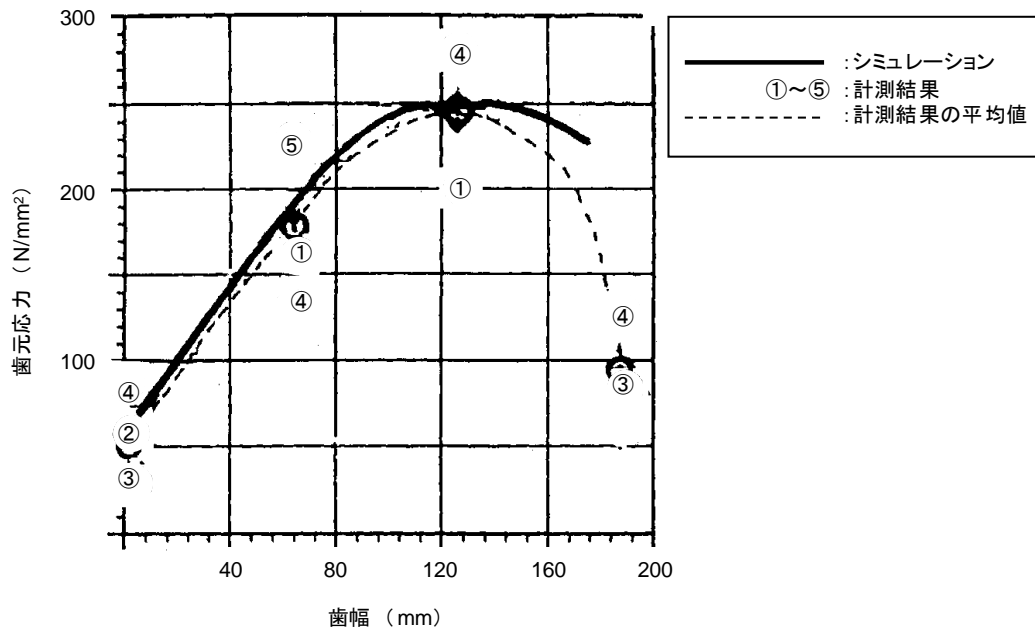


図2-16 1段内歯車歯元応力のシミュレーションと実測の比較

図において横軸は歯幅方向を示し、縦軸は歯元曲げ応力 (N/mm^2) を示す。

①～⑤までの記号は計測結果を示し、破線は同じ歯の位置での計測結果を平均した値を示す。

実線は解析結果である。図2-14から分かるように、計測結果と解析結果は良好に対応している。この事により、モード合成法によって十分な精度で遊星歯車装置の強度を解析できることが分かった。

2.5.2 1段内歯車の振動

通常の精度で加工されたケース1の内歯車の加速度スペクトル計測結果と解析結果の比較を図2-17に示す。

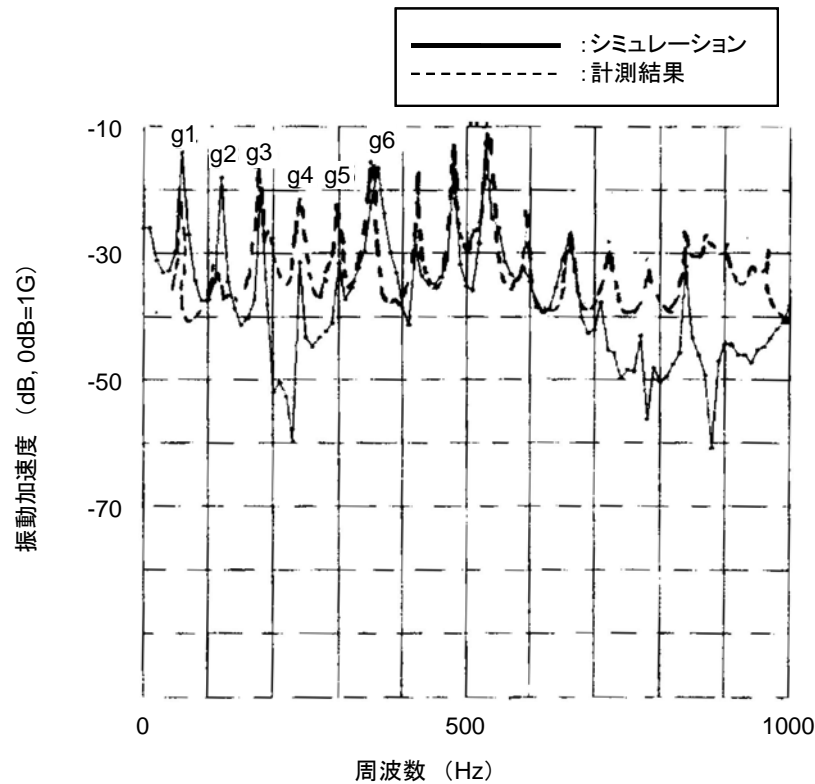


図2-17 1段内歯車振動加速度スペクトルのシミュレーションと実測の比較

図において横軸は周波数を示し、縦軸は加速度を示している。点線は計測結果で実線は解析結果である。

加速度スペクトルは、1次から9次までの1段噛み合い周波数成分 (g_1, g_2, \dots) が卓越している。

1段噛み合い周波数計測結果の高次成分が顕著なのは、内歯車の歯形が凹凸であることによる。

同様の結果が解析結果でも得られている。この事は、モード合成法で大型遊星歯車装置のような複雑な多段歯車軸系の振動評価が行えることを示している。

2.5.3 2段遊星歯車の振動

通常の精度で加工されたケース1の遊星歯車の加速度スペクトル計測結果と解析結果の比較を図2-18に示す。

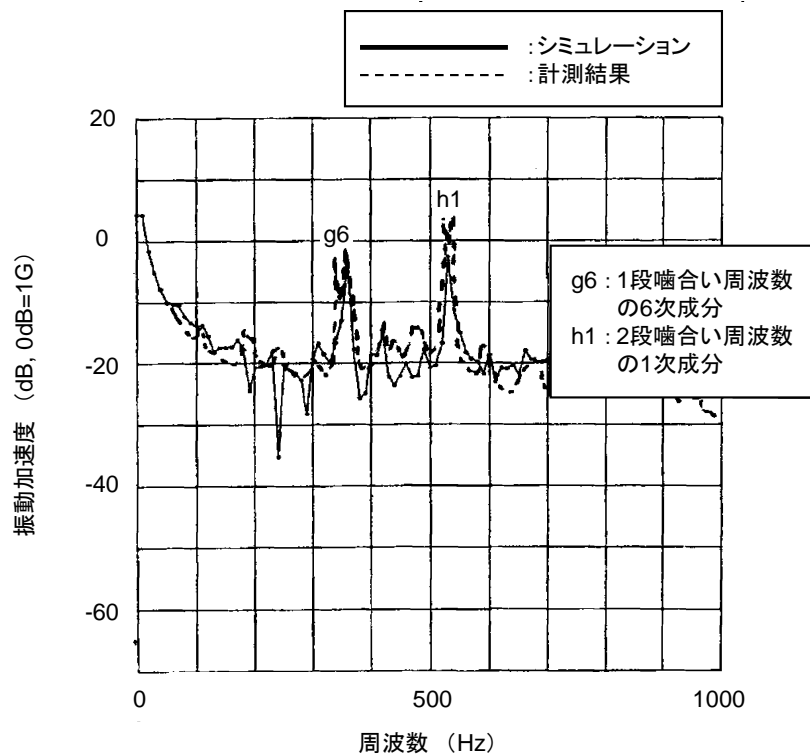


図2-18 2段遊星歯車振動加速度スペクトルのシミュレーションと実測の比較

図2-18において横軸は周波数を示し、縦軸は加速度を示している。破線は計測結果で、実線は解析結果である。加速度スペクトルは、1次の2段噛み合い周波数(h1)と共に6次の1段噛み合い周波数(g6)が卓越している。

1段噛み合い周波数の6次成分 g6 が顕著という事実は、歯形の影響か、あるいは1段内歯車のリング変形3節モードの固有値が噛み合い周波数成分の6次に近いこと（1段噛み合い周波数の6次は 360Hz であり、また1段内歯車のリング変形3節モードの固有値は 347Hz である）によるものと考えられる。

そこでまず歯形の差異を検討した。図2-19にケース1とケース2の加速度スペクトルの

比較を示す．ケース 1 とケース 2 の歯形の差異は内歯車のピッチ点付近にコンケーブ状の溝があるか無いかである．図で横軸は周波数を示し，縦軸は加速度を示している．点線はケース 1 の結果を示し，実線はケース 2 の結果を示している．2 段噛み合い周波数 1 次成分の加速度については，ケース 2 はケース 1 に比較して 5dB 低い．以上より内歯車のピッチ点付近のコンケーブ状の溝は噛み合い成分の振動に大きな影響を与えていることが分かった．

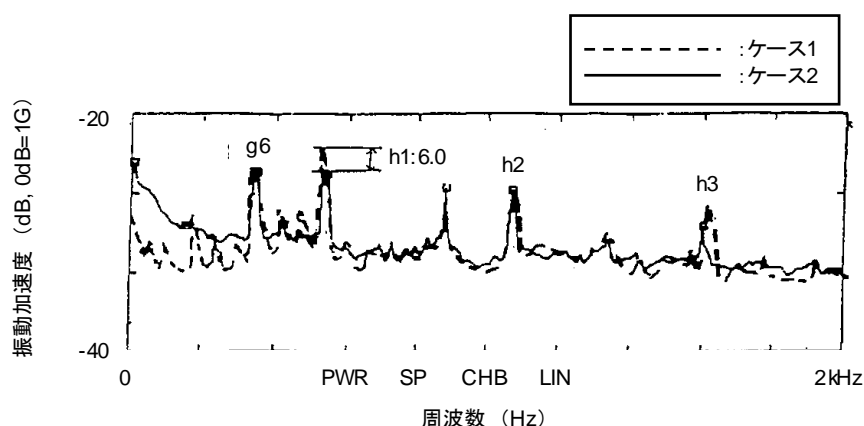


図2-19 2段遊星歯車振動加速度スペクトルのケース1とケース2の比較

しかしながら，1 段噛み合い周波数 6 次成分についてはケース 1 でもケース 2 もレベルは同じである．したがって，歯形の差異は 1 段噛み合い周波数の 6 次成分 g_6 の増加に寄与していないことが分かった．

そこで 1 段内歯車のリングモード振動を除いた計算を実施した．結果を図 2-20 に示す．図 2-20 に示すように 1 段 6 次成分の突出がなくなることが分かる．以上より内歯車のリングモード変形による振動が遊星歯車装置の振動特性に大きく影響することが分かった．

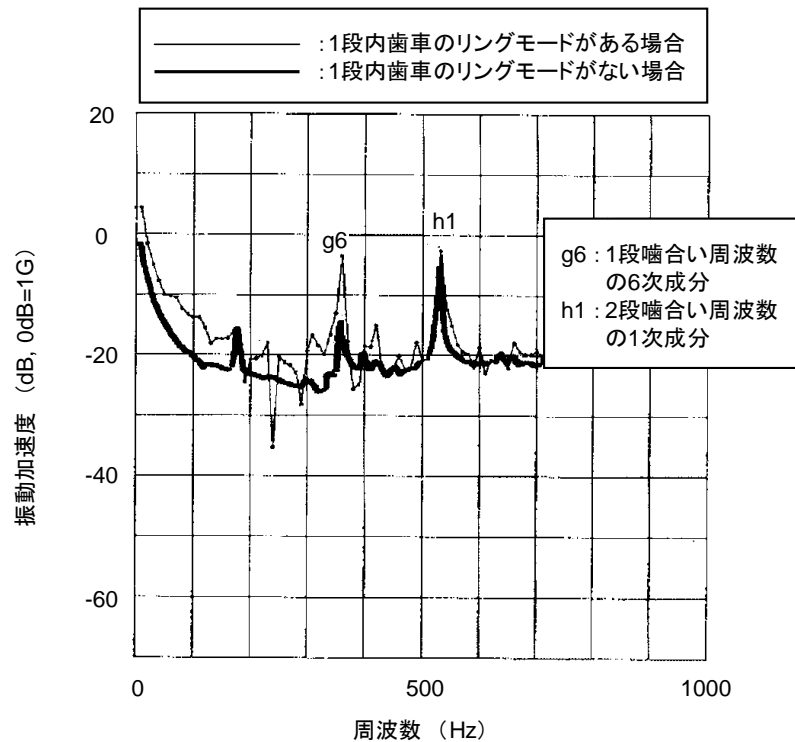


図2-20 2段遊星歯車振動加速度スペクトルのシミュレーション結果
(1段内歯車のリング振動モードの影響)

2.6 結論

以下に今回の研究で得られた事項を示す。

- (1) モード合成法を用いた解析が大型遊星歯車置のような複雑な多段歯車軸系の解析手法として十分に妥当な手法であることが示された。
- (2) 内歯車のピッチ点付近のコンケーブ状の溝は、噛み合い成分の振動に大きな影響を及ぼすことがわかった。
- (3) 内歯車のリングモード変形による振動が噛み合い周波数の高次成分を増加させる要因の一つであることが分かった。
- (4) 本手法により歯車の誤差管理値に定量的根拠を与えることができるようになった。

第 2 章の参考文献

- [1] Cunliffe, F., Smith, J. D., and Welbourn, D. B., “Dynamic Tooth Loads in Epicyclic Gears, ”, ASME J. Eng. Ind., 578-584, (1974), 95
- [2] Agashe, V., Vijayakars, S. M., and Parker, R. G., “Dynamic Response of a Planetary Gear System using a Finite Element/Contact Mechanics Model”, ASME J. Mech Des., 304-310, (2000), 122
- [3] 吉野, 矢鍋, ” スター型遊星歯車装置の浮動太陽歯車軸に発生する特異振動のシミュレーション”, 日本機械学会論文集, 2510-2517, (2000), 66
- [4] 陳, 石橋, 園田, 松原, ” 乗用車の自動変速機用遊星歯車変速機の騒音・振動に関する研究”, 日本機械学会論文集, 634-639, (2000), 99
- [5] Corny, T.F. et al., “A Mathematical Programming Technique for the Evaluation of Load Distribution and Optimal Modification for Gear System”, ASME J Eng. Ind., (1973), 11

第3章

歯車対の剛性および振動減衰の 非線形特性解析

3.1 緒言

ここでは、歯当りの変化に伴う非線形特性を評価する手法として面接触する場合にも適用できる大規模歯当たり解析技術を示す。曲げモーメントおよびせん断力特性が負荷トルクあるいはアライメントによって変化する非線形性の強い機械要素であるギヤカップリングに歯当たり解析技術を適用し、非線形特性を十分に評価できることを示す。

ギヤカップリングの構造を図3-1に示す。ギヤカップリングは内歯車（スリーブ）と外歯車（センター）が噛合うことで動力を伝達する。

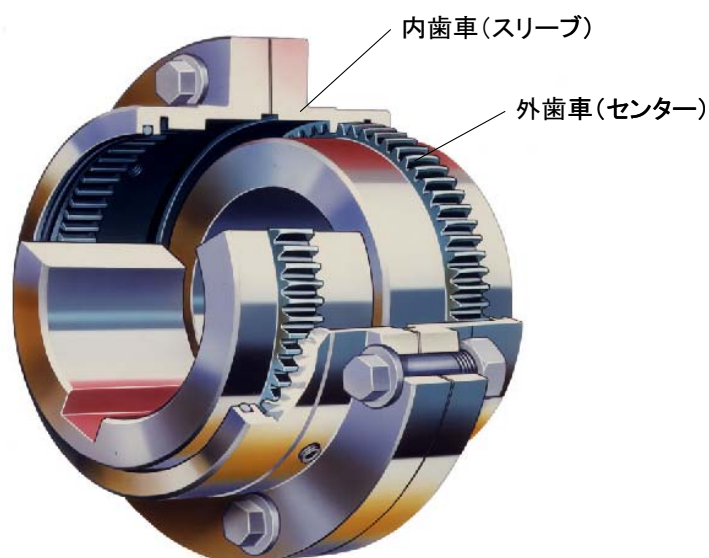


図3-1 ギヤカップリングの構造

ギヤカップリングは軸方向がフリー（軸方向の拘束力は歯面の摩擦力のみ）なので熱伸びを容易に吸収できる特徴がある。また、トルクを全歯で分担するので、他のカップリングと比べて容量を小さく設計できる。図 3-2 にギヤカップリングの適用例を示す。(a) は遊星歯車装置に適用されている事例を示す。遊星歯車装置は複数個の遊星歯車に分担する荷重を等配させるために太陽歯車あるいは内歯車をフローティング（軸受で支持せずに複数個の遊星歯車から受ける荷重のバランスで支持）させる場合が多い。ギヤカップリングは容量を小さく設計できるので、遊星歯車装置のフローティング構造として多用されている。

(a) は船用減速機に適用されている事例を示す。ギヤカップリングは熱伸びを容易に吸収できるので、タービンと減速機を繋ぐカップリングとして多用されている。

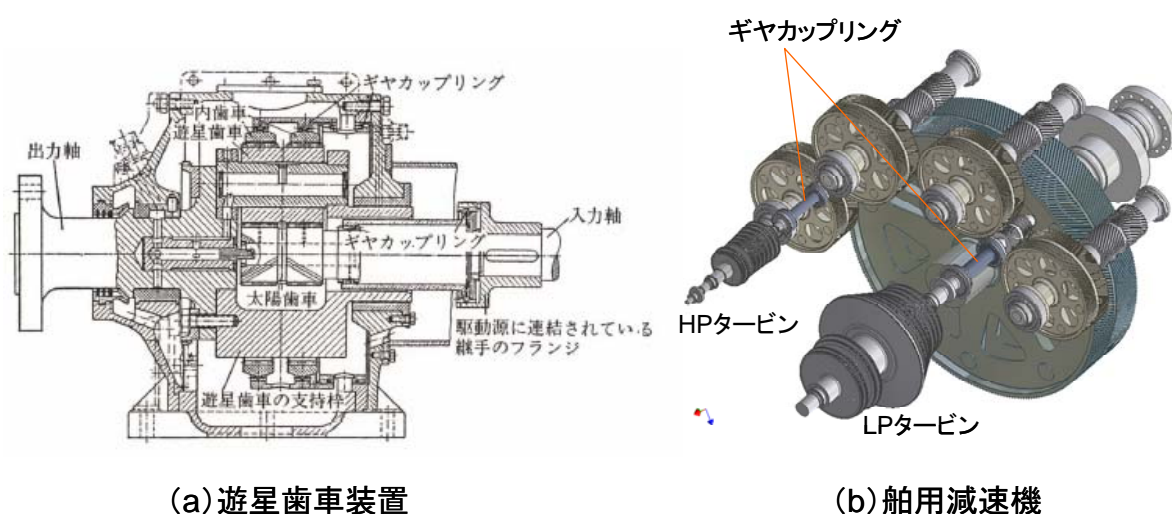


図 3-2 ギヤカップリングの適用例

ギヤカップリングについては R.Heinz⁽¹⁾が荷重分担および歯面間の摩擦力について理論解析および実験を行っており、アライメントによって最適なクラウニング量が異なることを示している。

山内・染谷⁽²⁾・⁽³⁾はギヤカップリングの静剛性を、点接触を仮定して定量的に解析し、さらに摩擦力を考慮して回転軸の自励振動について数値解析を行っている。

矢鍋ら⁽⁴⁾はすべり軸受で支持した水平ロータをシングルロー形ギヤカップリングでモータと結合して無負荷運転を行い、ミスアライメントが軸方向振動に及ぼす影響および軸方向振動発生機構を論じている。

また、金光⁽⁵⁾はギヤカップリングのバックラッシュを区分的線形系でモデル化し、フーリエ級数解法によりバックラッシュ量、減衰、加振トルクとねじり振動応答の定量的関係を求め

ている。

従来の研究結果は比較的小型で、且つ十分にクラウニングが施されて点接触あるいは線接触で近似できるギヤカップリングを対象としており、歯車誤差の絶対値が構造変形量より大きく、且つ面接触する場合もある大型ギヤカップリングへ適用できるかどうか不明であった。

そこで本研究では従来研究例の少なかった面接触する場合もある大型ギヤカップリングの非線形特性の評価を対象とした。まず大規模な接触点を有する歯当たり解析法により、全歯の面圧分布、歯元応力および曲げモーメント、せん断力特性を評価できる技術を開発した。ギヤカップリングの非線形性をローターダイナミクス係数（剛性および減衰行列）で整理し、回転機械の設計に非線形性を考慮できるようにした。

3.2 ギヤカップリングの歯当たり解析

歯の変位の適合条件、即ち、歯面が接触しているか否かの判定条件と力の平衡条件から歯面荷重を解析し、荷重分布、歯元応力および剛性等を評価する手法を示す。

3.2.1 解析の仮定

解析において以下の仮定を設ける。

- (1) 歯車継手はセンターとスリーブが同歯数で、且つ歯面の曲率半径の中心が同一方向にあるため相対曲率半径が無限大となり面接触を仮定する。
- (2) 曲げ変位やせん断変位によって生じる幾何学的干渉量は歯のたわみで吸収する。
- (3) 解析式は回転座標系で記述する。静止座標系で検討する場合は次式により回転座標系から静止座標系に変換してから計算する。

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_r \\ \Delta \Theta_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_\omega & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \Theta \end{bmatrix} \quad (3-1)$$

ここで、

$\Delta \mathbf{x}_r$: 回転座標系で定義されるセンターとスリーブ間の相対変位ベクトル

$$\Delta \mathbf{x}_r^T = [\Delta x_r \quad \Delta y_r \quad \Delta z_r]$$

$\Delta \Theta_r$: 回転座標系で定義されるセンターとスリーブ間の相対角変位ベクトル

$$\Delta \Theta_r^T = [\Delta \Theta_{xr} \quad \Delta \Theta_{yr} \quad \Delta \Theta_{zr}]$$

$\Delta \mathbf{x}$: 静止座標系で定義されるセンターとスリーブ間の相対変位ベクトル

$$\Delta \mathbf{x}^T = [\Delta x \quad \Delta y \quad \Delta z]$$

$\Delta \Theta$: 静止座標系で定義されるセンターとスリーブの相対角変位ベクトル

$$\Delta \Theta^T = [\Delta \Theta_x \quad \Delta \Theta_y \quad \Delta \Theta_z]$$

\mathbf{T}_ω : 座標変換行列

$$\mathbf{T}_\omega = \begin{bmatrix} \cos \omega t & \sin \omega t & 0 \\ -\sin \omega t & \cos \omega t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ω : 軸の角速度

3.2.2 座標系の定義

図 3-3 に示す以下の座標系を定義する．局所座標系と全体座標系は回転座標系とする．

(1) 局所座標系 $O_g^i - x_g^i y_g^i z_g^i$

原点は歯の作用線上に置く．右上の添字 i は歯番号を表わす． x_g^i はトルクの作用する方向に， y_g^i は作用線垂直方向に選ぶ．

(2) 全体座標系 $O_r - x_r y_r z_r$

原点はセンタの中心に選ぶ． x_r は任意の歯の噛み合い点を通るように選び，その歯を 1 番歯と定義する．

(3) 静止座標系 $O - xyz$

x は水平方向に， y は垂直方向に選ぶ．

(4) 座標変換

局所座標系と全体座標系間の変換式を次式で定義する．

$$\mathbf{x}_r = \mathbf{T}^i \mathbf{x}_g^i \quad (3-2)$$

ここで，

\mathbf{x}_r : 全体座標系の位置ベクトル

\mathbf{x}_g^i : 局所座標系の位置ベクトル

\mathbf{T}^i : 局所座標系と全体座標系間の座標変換行列

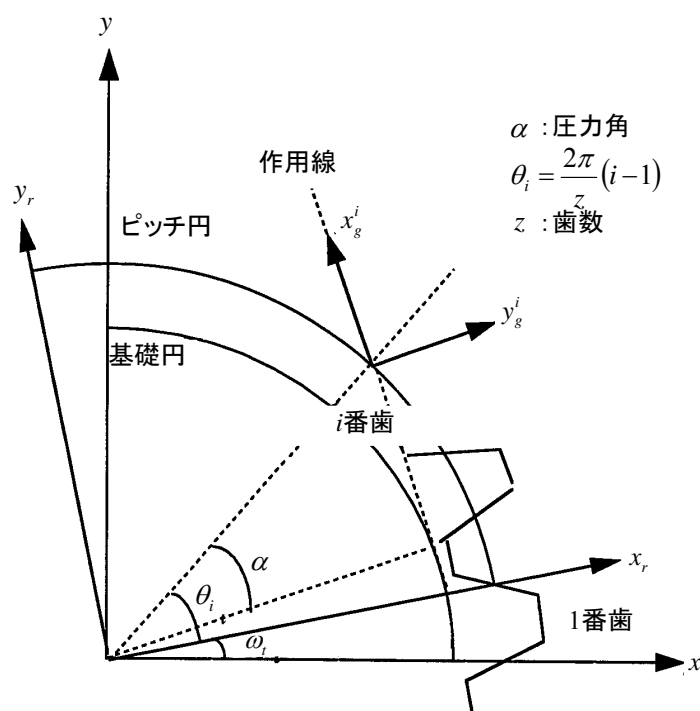


図3-3 解析に使用する座標系

3.2.3 歯面荷重の解析

図 3-4 に示すように i 番歯に m 個の荷重点を設ける. 任意の j 番荷重点において, 歯のたわみ, 歯形誤差をたし合わせたものは干渉量と噛み合い伝達誤差 Δ の総和より大きい, あるいは等しいので, 変位の適合条件は次のようになる.

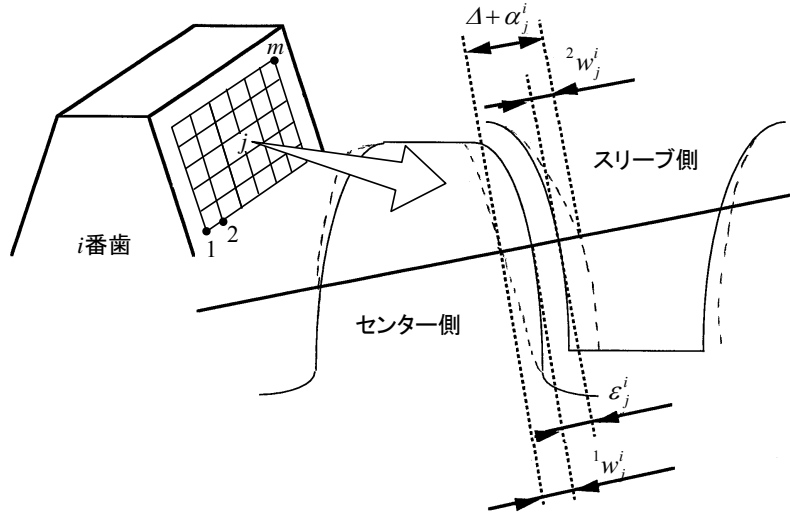


図3-4 変位の適合条件

$${}^1w_j^i + {}^2w_j^i + \varepsilon_j^i \geq \Delta + a_j^i \quad (3-3)$$

ここで、

${}^1w_j^i, {}^2w_j^i$: センター, スリーブの歯のたわみ

ε_j^i : 歯車誤差

a_j^i : 角変位や偏心によって生じる幾何学的干渉量

今、継手の弾性変形として歯の変形のみを考慮する。 i 番歯における任意の k 点の荷重が j 番荷重点に及ぼすセンターおよびスリーブの歯の影響係数を ${}^1c_{jk}^i$ および ${}^2c_{jk}^i$, ${}^1c_{jk}^i$ と ${}^2c_{jk}^i$ の和を c_{jk}^i , k 点の荷重を f_k^i とすれば、センターとスリーブの歯のたわみの和 w_j^i は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} w_j^i &= {}^1w_j^i + {}^2w_j^i \\ &= \sum_{k=1}^m {}^1c_{jk}^i \cdot f_k^i + \sum_{k=1}^m {}^2c_{jk}^i \cdot f_k^i = \sum_{k=1}^m c_{jk}^i \cdot f_k^i \end{aligned} \quad (3-4)$$

(3-4)式を(3-3)式に代入し、 i 番歯の m 個の荷重点について変位の適合条件を表わすと次のようになる。

$$-\mathbf{C}^i \mathbf{f}^i + \Delta \mathbf{h}^i \leq \mathbf{e}^i - \mathbf{a}^i \quad (3-5)$$

ここで、

\mathbf{C}^i : i 番歯の歯のたわみの影響係数行列

$$\mathbf{C}^i = \begin{bmatrix} c_{11}^i & c_{12}^i & 6 & c_{1m}^i \\ c_{21}^i & c_{22}^i & 6 & c_{2m}^i \\ 7 & 7 & 9 & 7 \\ c_{m1}^i & c_{m2}^i & 6 & c_{mm}^i \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

$$\mathbf{f}^{iT} = [f_1^i \quad f_2^i \quad 6 \quad f_m^i] \quad (3-7)$$

$$\mathbf{h}^{iT} = [1 \quad 1 \quad 6 \quad 1] \quad (3-8)$$

$$\mathbf{e}^{iT} = [\varepsilon_1^i \quad \varepsilon_2^i \quad 6 \quad \varepsilon_m^i] \quad (3-9)$$

$$\mathbf{a}^{iT} = [a_1^i \quad a_2^i \quad 6 \quad a_m^i] \quad (3-10)$$

さらに全ての n 個の歯についての変位の適合条件は次のように書き表わすことができる。

$$-\begin{bmatrix} \mathbf{C}^1 & \mathbf{0} & 6 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}^2 & 6 & \mathbf{0} \\ 7 & 7 & 9 & 7 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & 6 & \mathbf{C}^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}^1 \\ \mathbf{f}^2 \\ 7 \\ \mathbf{f}^n \end{bmatrix} + \Delta \begin{bmatrix} \mathbf{h}^1 \\ \mathbf{h}^2 \\ 7 \\ \mathbf{h}^n \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \mathbf{e}^1 \\ \mathbf{e}^2 \\ 7 \\ \mathbf{e}^n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{a}^1 \\ \mathbf{a}^2 \\ 7 \\ \mathbf{a}^n \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

次に継手の弾性変形として軸変形を考慮すれば、軸変形は全ての歯に影響を及ぼすので変位の適合条件は次式で表わされる。

$$-\begin{bmatrix} \mathbf{C}^1 + \mathbf{S}^{11} & \mathbf{S}^{12} & 6 & \mathbf{S}^{1n} \\ \mathbf{S}^{21} & \mathbf{C}^2 + \mathbf{S}^{22} & 6 & \mathbf{S}^{2n} \\ 7 & 7 & 9 & 7 \\ \mathbf{S}^{n1} & \mathbf{S}^{n2} & 6 & \mathbf{C}^n + \mathbf{S}^{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}^1 \\ \mathbf{f}^2 \\ 7 \\ \mathbf{f}^n \end{bmatrix} + \Delta \begin{bmatrix} \mathbf{h}^1 \\ \mathbf{h}^2 \\ 7 \\ \mathbf{h}^n \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \mathbf{e}^1 \\ \mathbf{e}^2 \\ 7 \\ \mathbf{e}^n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{a}^1 \\ \mathbf{a}^2 \\ 7 \\ \mathbf{a}^n \end{bmatrix} \quad (3-12)$$

ここで、

\mathbf{S}^{ij} : 軸変形の影響係数行列

力の平衡条件は、歯面荷重の総和が入力トルクに等しくなるので、次式で与えられる。

$$F = T / r_g = [\mathbf{h}]^T [\mathbf{f}] \quad (3-13)$$

ここで、

T : 入力トルク

r_g : 基礎円半径

$$[\mathbf{h}]^T = [\mathbf{h}^{1T} \quad \mathbf{h}^{2T} \quad 6 \quad \mathbf{h}^{nT}]$$

$$[\mathbf{f}]^T = [\mathbf{f}^{1T} \quad \mathbf{f}^{2T} \quad 6 \quad \mathbf{f}^{nT}]$$

(3-12)式および(3-13)式を連立して解けば、歯面荷重 f_j^i および噛み合い伝達誤差 Δ が求まる。

3.2.4 計算方法

(3-12)式および(3-13)式は連立1次不等式であり，線形計画法のシンプレックス法で解くことができるが，(3-12)式は行列の次元が巨大であるためシンプレックス法では効率が悪い．そこで計算効率を向上させるために(3-12)式の軸変形分を次に示すように右辺に移項させる．

$$-\begin{bmatrix} \mathbf{C}^1 & \mathbf{0} & 6 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}^2 & 6 & \mathbf{0} \\ 7 & 7 & 9 & 7 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & 6 & \mathbf{C}^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}^1 \\ \mathbf{f}^2 \\ 7 \\ \mathbf{f}^n \end{bmatrix} + \Delta \begin{bmatrix} \mathbf{h}^1 \\ \mathbf{h}^2 \\ 7 \\ \mathbf{h}^n \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \mathbf{e}^1 \\ \mathbf{e}^2 \\ 7 \\ \mathbf{e}^n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{a}^1 \\ \mathbf{a}^2 \\ 7 \\ \mathbf{a}^n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{w}^1 \\ \mathbf{w}^2 \\ 7 \\ \mathbf{w}^n \end{bmatrix} \quad (3-14)$$

ここで，

\mathbf{w}^i : i 番歯の軸変形ベクトル

$$\mathbf{w}^i = \sum_{j=1}^n \mathbf{S}^{ij} \mathbf{f}^j \quad (3-15)$$

(3-14)式はコンプライアンスが対角行列なので1歯毎に独立に計算できるため効率が良い．(3-12)式および(3-14)式は図3-5に示す手順で解く．図3-5に示す手法は軸変形ベクトル $[\mathbf{w}]$ をパラメータとして繰り返し計算する手法である． $[\mathbf{w}]$ の初期値と， $[\mathbf{w}]$ を変更した後の荷重ベクトル $[\mathbf{f}]^1$ の初期値は零とする． $[\mathbf{w}]$ を変更する前の荷重ベクトル $[\mathbf{f}]^0$ と変更後の荷重ベクトル $[\mathbf{f}]^1$ が許容される精度内に収まるまで $[\mathbf{w}]$ を図3-5に示すフローに従って計算を行う．

本手法により，5000×5000メッシュで計算時間が従来1日から約10分に短縮された．

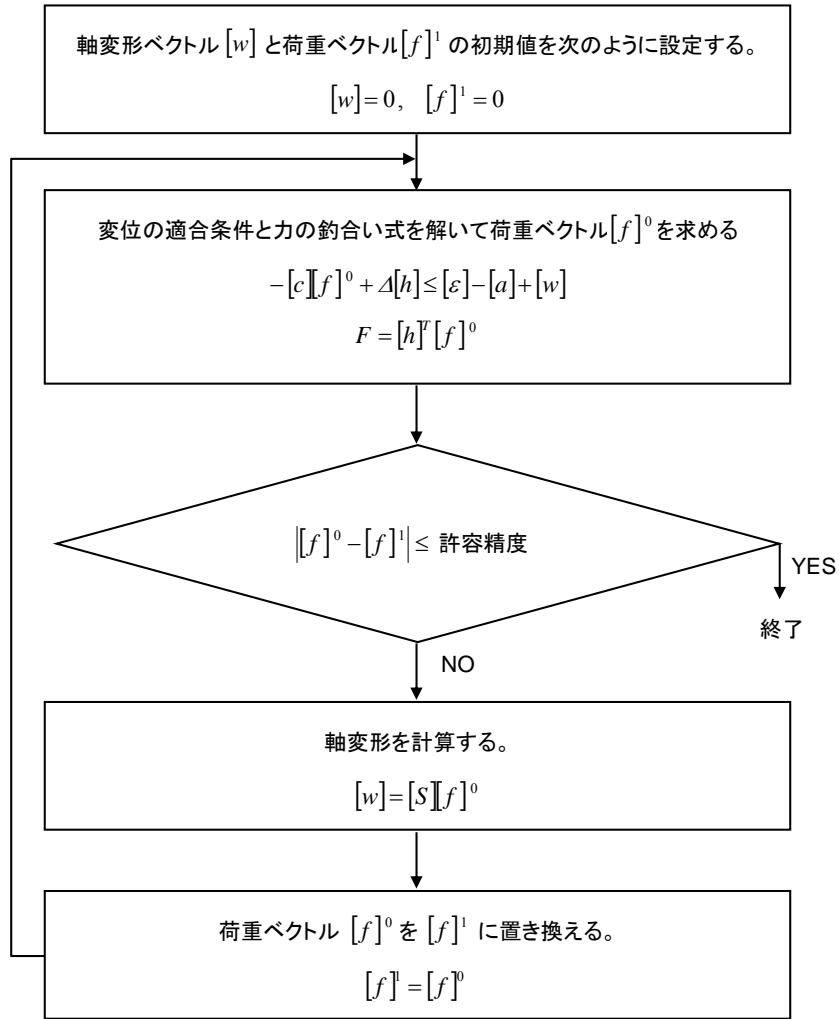


図3-5 計算方法

3.2.5 角変位やせん断変位による変形量

3.2.5.1 角変位による歯すじ方向変形量

センターとスリーブ間の x_r 軸回りの相対角変位が $\Delta\Theta_{xr}$ ，および y_r 軸回りの相対角変位が $\Delta\Theta_{yr}$ の時に i 番歯の任意の j 点に発生する歯すじ方向変形量 a_{Hxj}^i および a_{Hyj}^i は図 3-6 より次式のようになる．

$$a_{Hxj}^i = s_j \cdot \sin \Theta_{Hx}^i \cdot \cos \alpha \quad (3-16)$$

$$a_{Hyj}^i = s_j \cdot \sin \Theta_{Hy}^i \cdot \cos \alpha \quad (3-17)$$

ここで，

s_j : 歯端から j 点までの距離

α : 圧力角

$\Theta_{Hx}^i, \Theta_{Hy}^i$: i 番歯の回転角

$$\Theta_{Hx}^i = \Delta\Theta_{xr} \cdot |\cos \theta^i| \quad (3-18)$$

$$\Theta_{Hy}^i = \Delta\Theta_{xy} \cdot |\sin \theta^i| \quad (3-19)$$

$$\theta^i = \frac{2\pi}{z}(i-1) \quad (3-20)$$

z : 歯数

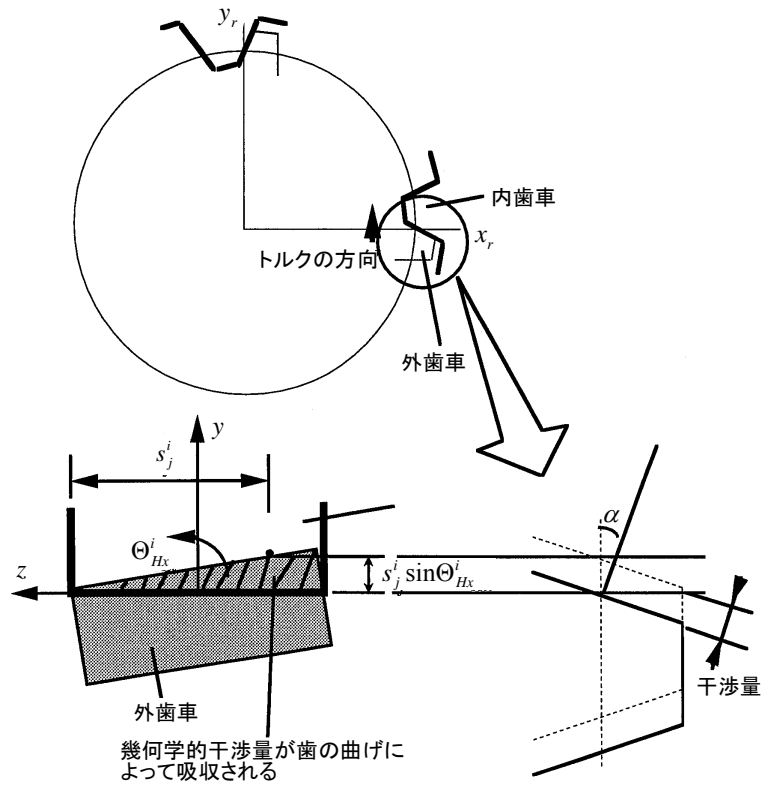


図3-6 角変位によって歯すじ方向に生じる変形量

3.2.5.2 角変位による歯たけ方向変形量

i 番歯の任意の j 点に発生する歯たけ方向変形量 a_{Sxj}^i および a_{Syz}^i は図 3-7 より次式のようにになる.

$$a_{Sxj}^i = s_j \cdot \sin \Theta_{Sx}^i \cdot \sin \alpha \quad (3-21)$$

$$a_{Syz}^i = s_j \cdot \sin \Theta_{Syz}^i \cdot \sin \alpha \quad (3-22)$$

ここで,

$\Theta_{Sx}^i, \Theta_{Sy}^i$: i 番歯の回転角

$$\Theta_{Sx}^i = \Delta\Theta_{xr} \cdot |\sin\theta^i| \quad (3-23)$$

$$\Theta_{Sy}^i = \Delta\Theta_{xy} \cdot |\cos\theta^i| \quad (3-24)$$

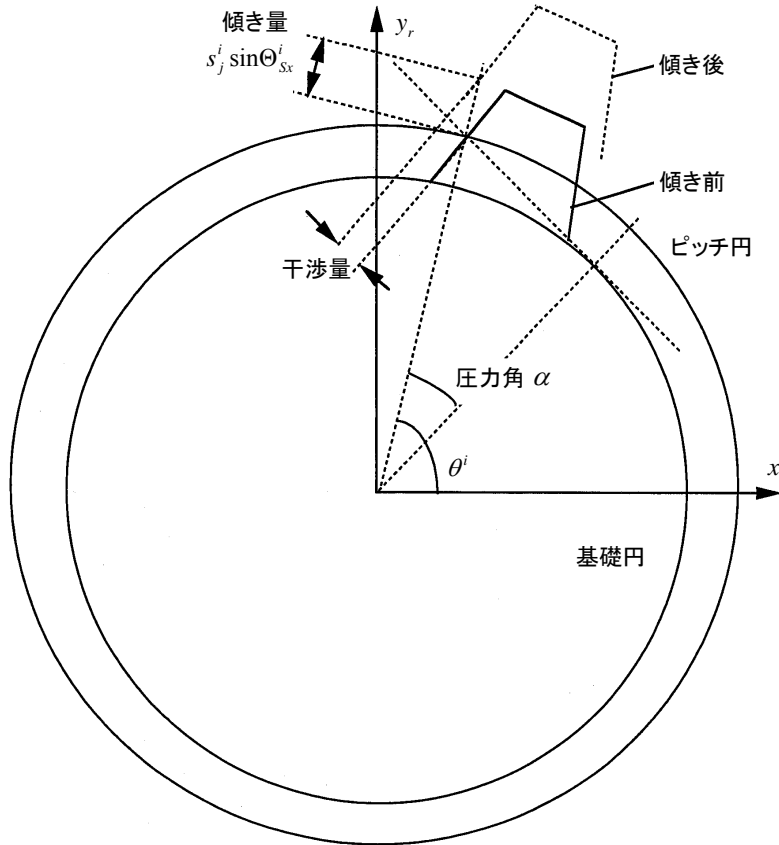


図3-7 角変位によって歯丈方向に生じる変形量

3.2.5.3 角変位による変形量

センターとスリーブ間の x_r 軸方向の相対変位が Δx_r 、および y_r 軸方向の相対変位が Δy_r の時に番歯に発生する変形量 a_{ex}^i および a_{ey}^i は図 3-8 より次式のようになる。

$$a_{ex}^i = -\Delta x_r \cdot \sin(\theta^i - \alpha) \quad (3-25)$$

$$a_{ey}^i = \Delta y_r \cdot \cos(\theta^i - \alpha) \quad (3-26)$$

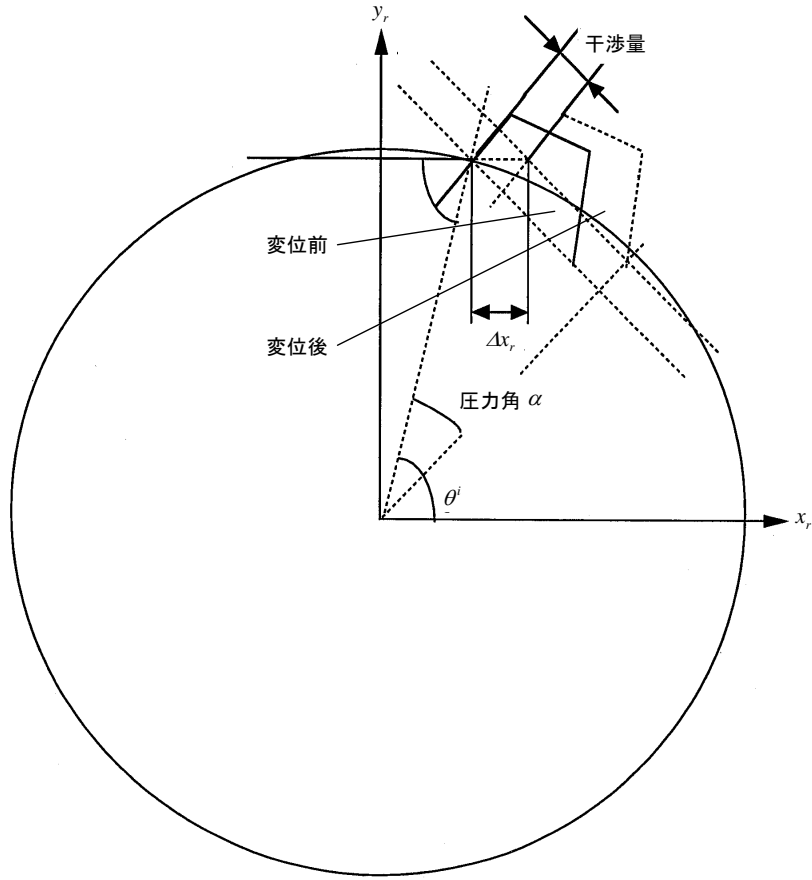


図3-8 せん断変位によって生じる変形量

3.2.6 継手に発生する摩擦力と曲げモーメント

局所座標系で i 番歯に発生する力を次のように表わす.

$$\mathbf{f}_g^{iT} = [f_{xg}^i \quad f_{yg}^i \quad f_{zg}^i \quad M_{xg}^i \quad M_{yg}^i \quad M_{zg}^i] \quad (3-27)$$

f_{xg}^i , f_{yg}^i , f_{zg}^i は i 番歯の j 点における x_g^i , y_g^i および z_g^i 方向の力 f_{xgj}^i , f_{ygj}^i および f_{zgj}^i を m 個の荷重点について足し合せて得られる.

x_g^i は作用線方向であり, f_{xgj}^i は歯のたわみによって発生する力なので次式で与えられる.

$$f_{xgj}^i = f_j^i \quad (3-28)$$

f_{ygj}^i および f_{zgj}^i は歯面のすべりによって生ずる摩擦力である. 摩擦係数を μ とすれば次式で与えられる.

$$f_{ygz}^i = \pm \mu \cdot f_j^i \cdot \text{sign}[\{\Delta x_r + (s_0 - s_j^i) \cdot \Theta_{Hy}^i\} \cos(\alpha - \theta^i) - \{\Delta y_r + (s_0 - s_j^i) \cdot \Theta_{Hx}^i\} \sin(\alpha - \theta^i)] \quad (3-29)$$

$$f_{zg}^i = \pm \mu \cdot f_j^i \cdot \text{sign}[-\Delta\Theta_{xr} \cdot \sin\theta^i + \Delta\Theta_{yr} \cdot \cos\theta^i] \quad (3-30)$$

ここで,

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} +1, & \text{if } x > 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \\ -1, & \text{if } x < 0 \end{cases} \quad (3-31)$$

また s_0 は次式で与えられる.

$$s_0 = \begin{cases} 0, & \text{if } \bar{s}^i \geq b/2 \\ b, & \text{if } \bar{s}^i < b/2 \end{cases} \quad (3-32)$$

ここで,

$$\bar{s}^i = \frac{\sum_{j=1}^m f_j^i \cdot s_j^i}{\sum_{j=1}^m f_j^i} \quad (3-33)$$

(3-29)式において $\text{sign}(\quad)$ 内は偏心によって y_g^i 方向に発生するすべりを表わし, (3-30)式においては軸の倒れによって z_g^i 方向に発生するすべりを表わす. 式中の負の符号はすべりとすべり速度の方向が等しいことを意味し, 正の符号はそれ等の方向が異なることを意味する.

モーメント M_{xg}^i , M_{yg}^i および M_{zg}^i は1つの歯に作用する曲げモーメントが歯の両端から受けることを考えれば次式で与えられる.

$$M_{xg}^i = \int_0^{b/2} f_{yg}^i \cdot (b - s^i) ds^i - \int_{b/2}^b f_{yg}^i \cdot s^i ds^i \quad (3-34)$$

$$M_{yg}^i = \int_0^{b/2} f_{yg}^i \cdot (s^i - b) ds^i + \int_{b/2}^b f_{yg}^i \cdot s^i ds^i \quad (3-35)$$

$$M_{zg}^i = 0 \quad (3-36)$$

(3-2)式の座標変換式を用いれば, 継手で生ずる力は全体座標系で次式で与えられる.

$$\mathbf{f}_r = \sum_{i=1}^n \mathbf{T}^i \mathbf{f}_g^i \quad (3-37)$$

3.2.7 歯車継手の等価減衰

ばねおよびダッシュポット部の変形により生じる内力は次式で与えられる.

$$f_i = c\dot{x} + kx \quad (3-38)$$

f_i と x の関係を図示すると図 3-9(a) に示すような楕円になる. 今, 楕円の面積を S とすると減衰係数 c は次式で与えられる.

$$c = \frac{S}{\pi \cdot \omega \cdot X^2} \quad (3-39)$$

ここで,

X : 振動振幅

ω : 固有円振動数

一方, 歯車継手も摩擦力(3-29), (3-30)式を考慮して計算すると図 3-9(b)に示すヒステリシスループが描ける. 歯車継手の等価減衰 c_g は(3-39)式を適用すれば次式で与えられる.

$$c_g = \frac{S_g}{\pi \cdot \omega \cdot X_g^2} \quad (3-40)$$

ここで,

S_g : 歯車継手のヒステリシスループの面積

X_g : 振動振幅

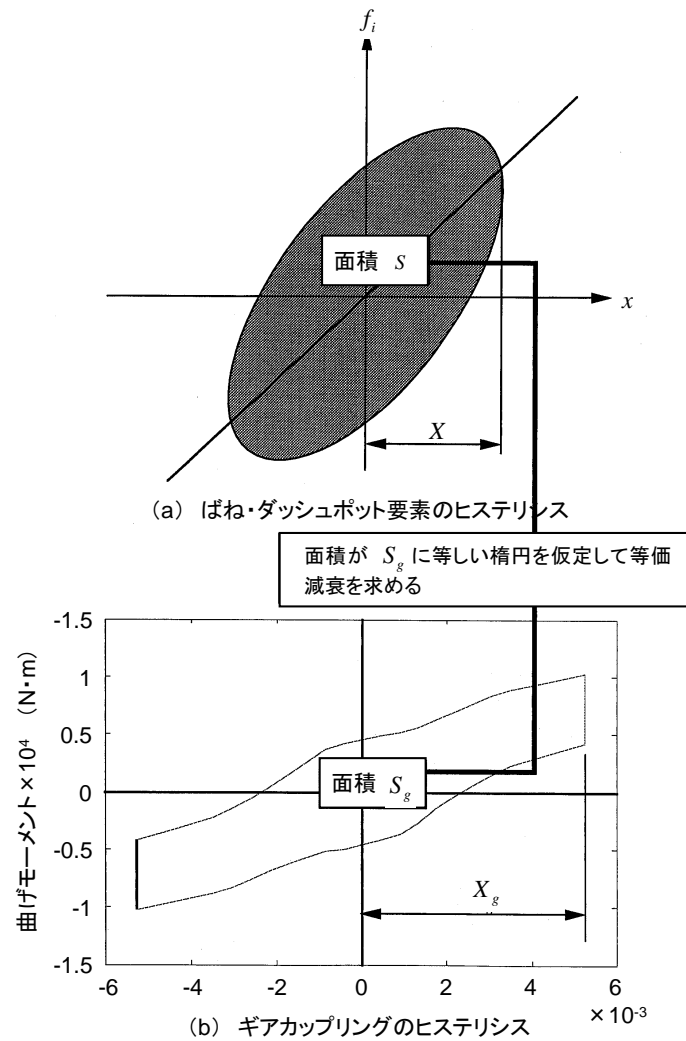


図3-9 ギヤカップリングの等価減衰の評価法

3.3 歯車継手の剛性および減衰特性

表 3-1 に示す諸元の歯車継手について角変位およびセンタとスリーブ間の相対変位を変えて解析を行ない、歯車継手の剛性および減衰特性のロータダイナミクス係数を導出した。

表3-1 解析に使用したギヤカップリング諸元

モジュール	2.5
歯 数	35
歯 幅 (mm)	10
圧力角 (°)	25
クラウニング量 (μm)	26
トルク (kgf・mm)	50000
歯面摩擦係数	0.15

3.3.1 歯車継手の曲げ特性

今、曲げモーメントを全体座標系で次式のように置く．

$$\begin{bmatrix} M_{xr} \\ M_{yr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{\theta_{xxr}} & c_{\theta_{xyr}} \\ c_{\theta_{yxr}} & c_{\theta_{yyr}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\Theta_{xr} \\ \Delta\Theta_{yr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{\theta_{xxr}} & k_{\theta_{xyr}} \\ k_{\theta_{yxr}} & k_{\theta_{yyr}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\Theta_{xr} \\ \Delta\Theta_{yr} \end{bmatrix} \quad (3-41)$$

(3-41)式において記号右下の添字 r は全体座標系での記述であることを示す．第1項はヒステリシスから得られる曲げの等価減衰を表わし，第2項は曲げ剛性を表わす．表1に示す諸元で，摩擦係数 0.15 の条件で曲げモーメントのヒステリシスを描くと図 3-10 のようになる．図 3-8 より x 軸回りに角変位 $\Delta\Theta_{xr}$ を与えると x 軸回りと y 軸回りにモーメントが生じる．また， x 軸回りと y 軸回りのヒステリシスの方向が逆なので等価減衰項について次式を得る．

$$\begin{bmatrix} c_{\theta_{xxr}} & c_{\theta_{xyr}} \\ c_{\theta_{yxr}} & c_{\theta_{yyr}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{\theta} & -c'_{\theta} \\ -c'_{\theta} & c_{\theta} \end{bmatrix} \quad (3-42)$$

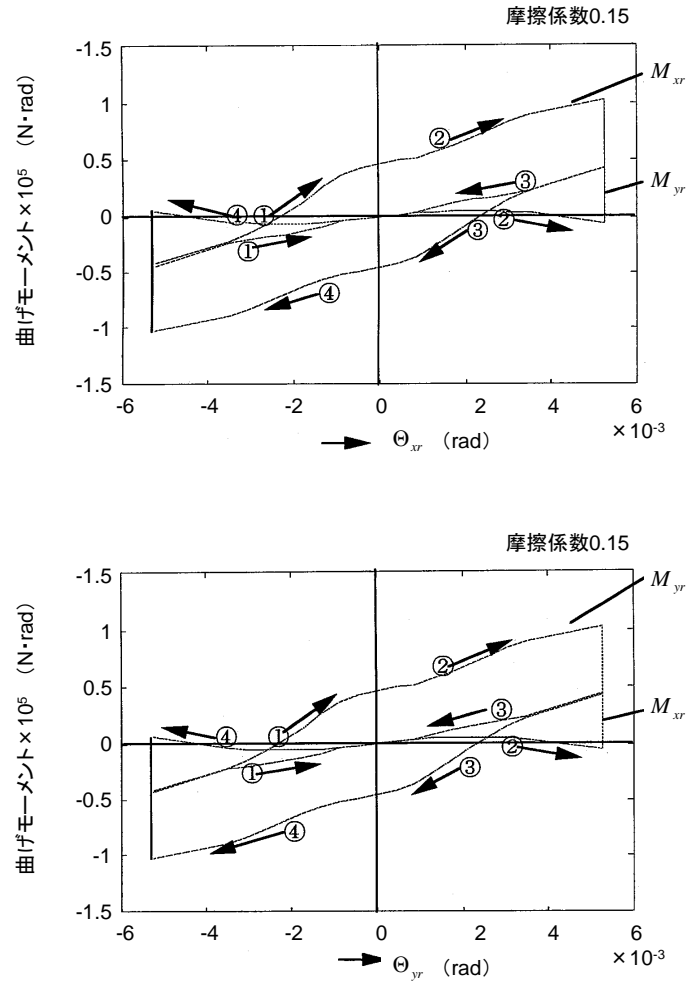


図3-10 ギヤカップリングの曲げモーメントヒステリシス(歯面摩擦係数0.15)

一方摩擦係数 0 で曲げモーメントを描くと図 3-11 が得られる. 図 3-11 より剛性項について次式を得る.

$$\begin{bmatrix} k_{\theta_{xr}} & k_{\theta_{yr}} \\ k_{\theta_{yr}} & k_{\theta_{xr}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{\theta} & k'_{\theta} \\ k'_{\theta} & k_{\theta} \end{bmatrix} \quad (3-43)$$

(3-42)式, (3-43)式より曲げモーメントは次のようになる.

$$\begin{bmatrix} M_{xr} \\ M_{yr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{\theta} & -c'_{\theta} \\ -c'_{\theta} & c_{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\Theta_{xr} \\ \Delta\Theta_{yr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{\theta} & k'_{\theta} \\ k'_{\theta} & k_{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\Theta_{xr} \\ \Delta\Theta_{yr} \end{bmatrix} \quad (3-44)$$

さらに(3-44)式を静止座標系に変換すると以下に示す曲げのロータダイナミクス特性を

得る.

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\theta & 0 \\ 0 & c_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\dot{\Theta}_x \\ \Delta\dot{\Theta}_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{\theta\omega} & -c'_{\theta\omega} \\ -c'_{\theta\omega} & -c_{\theta\omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\dot{\Theta}_x \\ \Delta\dot{\Theta}_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_\theta & \omega c_\theta \\ -\omega c_\theta & k_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\Theta_x \\ \Delta\Theta_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{\theta\omega} & k'_{\theta\omega} \\ k'_{\theta\omega} & -k_{\theta\omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\Theta_x \\ \Delta\Theta_y \end{bmatrix} \quad (3-45)$$

ここで,

$$c_{\theta\omega} = c'_\theta \sin 2\omega t \quad (3-46)$$

$$c'_{\theta\omega} = c'_\theta \cos 2\omega t \quad (3-47)$$

$$k_{\theta\omega} = \omega c'_\theta \cos 2\omega t - k'_\theta \sin 2\omega t \quad (3-48)$$

$$k'_{\theta\omega} = \omega c'_\theta \sin 2\omega t + k'_\theta \cos 2\omega t \quad (3-49)$$

(3-45)式より剛性項の非対称性より不安定振動を起こしやすいことが分かる. また剛性項, 減衰項の係数励振より回転数2次の振動が励起されることが分かる.

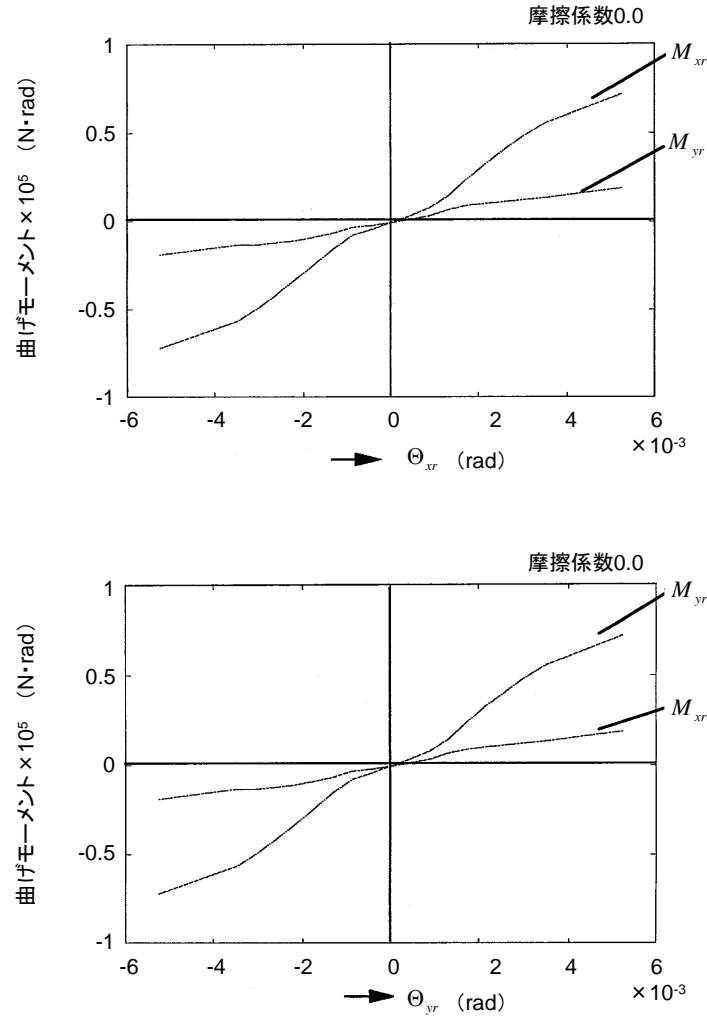


図3-11 ギヤカップリングの曲げモーメント

3.3.2 歯車継手のせん断特性

今，せん断力を全体座標系で次式のように置く．

$$\begin{bmatrix} F_{xr} \\ F_{yr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{xxr} & c_{xyr} \\ c_{yxr} & c_{yyr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_r \\ \Delta y_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{xxr} & k_{xyr} \\ k_{yxr} & k_{yyr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_r \\ \Delta y_r \end{bmatrix} \quad (3-50)$$

表 3-1 に示す諸元で，摩擦係数 0.15 の条件でせん断力のヒステリシスを描くと図 3-12 のようになる．図 3-12 より x 方向に相対変位 Δx_r を与えると x 方向と y 方向に力が生じる．また， Δx_r を与えた時の y 方向力と Δy_r を与えた時の x 方向力についてヒステリシスの方向が逆なので等価減衰項について次式を得る．

$$\begin{bmatrix} c_{xxr} & c_{xyr} \\ c_{yxr} & c_{yyr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & c' \\ -c' & c \end{bmatrix} \quad (3-51)$$

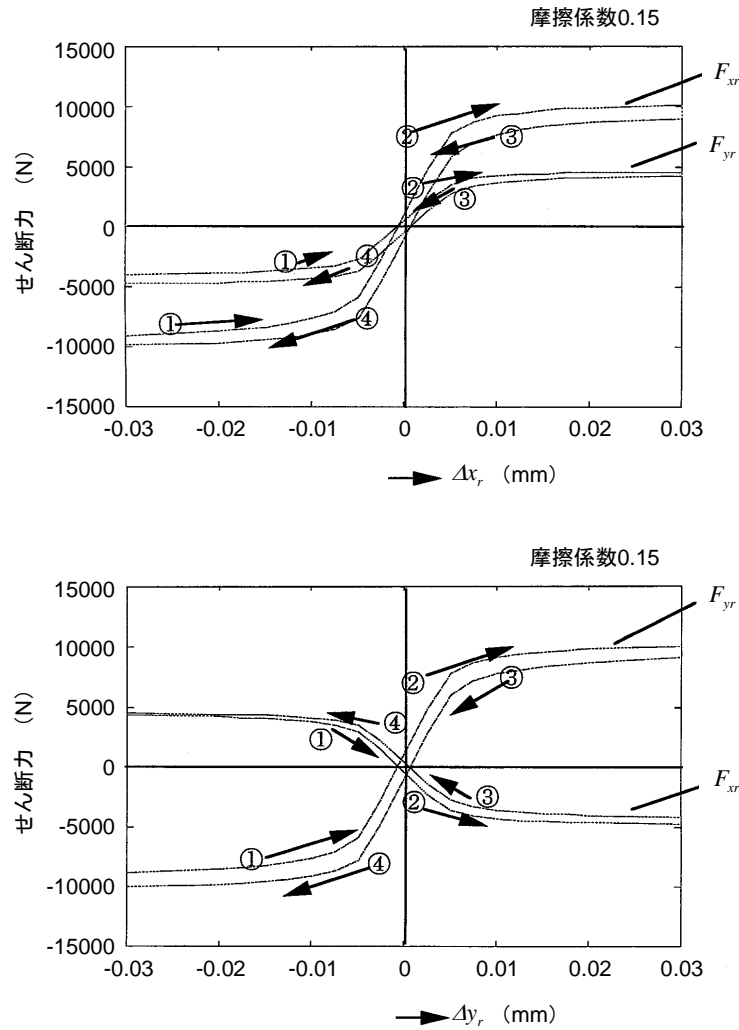


図3-12 ギヤカップリングのせん断力ヒステリシス(歯面摩擦係数0.15)

一方、(3-43)式と同様に摩擦係数 0 でせん断力を評価する剛性項について次式を得る．

$$\begin{bmatrix} k_{xxr} & k_{xyr} \\ k_{yxr} & k_{yyr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & k' \\ -k' & k \end{bmatrix} \quad (3-52)$$

(3-51)式、(3-52)式よりせん断力は次のようになる．

$$\begin{bmatrix} F_{xr} \\ F_{yr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & c' \\ -c' & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_r \\ \Delta \mathbf{y}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & k' \\ -k' & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_r \\ \Delta y_r \end{bmatrix} \quad (3-53)$$

さらに(3-53)式を静止座標系に変換すると以下に示すせん断のロータダイナミクス特性を得る．

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & c' \\ -c' & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k - \omega c' & k' + \omega c \\ -k' - \omega c & k - \omega c' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \quad (3-54)$$

(3-54)式に示すように、せん断力には係数励振項は含まれない．せん断力も剛性項および減衰項が非対称となり不安定振動を起こしやすいことが分かる．

3.4 静的負荷試験による解析法の検証

静的負荷試験で曲げモーメントおよびせん断力特性、歯元応力を計測し、解析と実験の比較検証を行うことで解析法の妥当性を検討した．

3.4.1 試験方法

図 3-13 に試験装置の外観図を示す．アーム 1 は仮軸 1 およびダイヤフラムカップリング 1 を介して歯車継手のセンタに取り付けられており、アーム 1 で供試体の歯車継手にトルクを加える．アーム 2 は歯車継手のスリーブに取り付けられており、アーム 2 で歯車継手に傾き角を与える．センターギャップはスリーブに取り付けられたネジ 1 を上下して与える．トルクはアーム 1 に取付けられたロードセル F1 で、曲げモーメントはアーム 2 に取付けられたロードセル F2 で計測する．せん断力はネジ 1 に取付けられたロードセル F3 で計測する．試験に用いた歯車継手の諸元を表 3-2 に、歯形誤差を図 3-14 に示す．

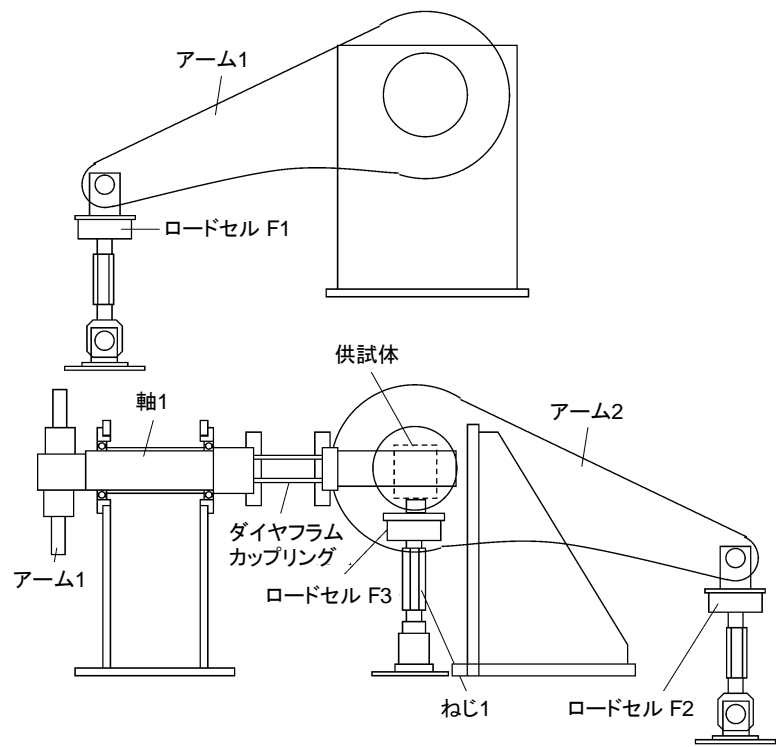


図3-13 ギヤカップリングの静的負荷試験装置

表3-2 試験に使用したギヤカップリング諸元

モジュール	2.5
歯 数	78
歯 幅 (mm)	31

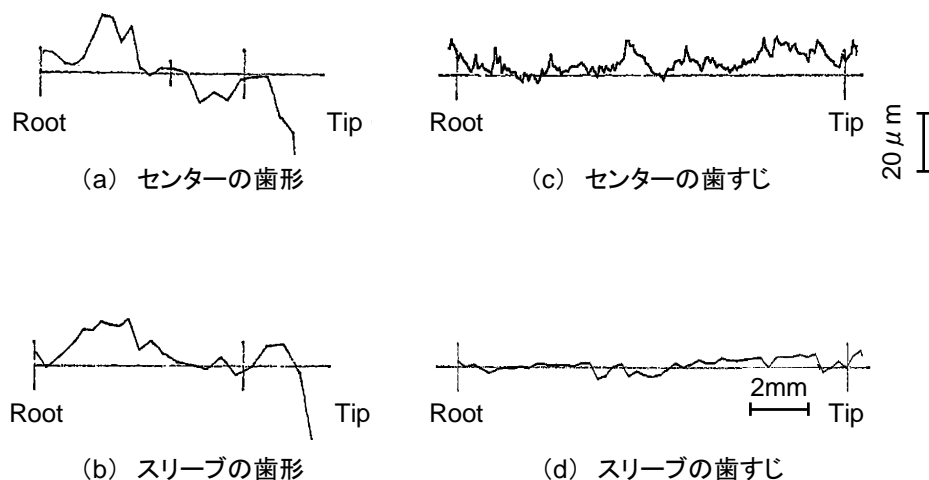


図3-14 供試ギヤカップリングの歯形誤差

3.4.2 曲げモーメントの検証

図3-15にトルクを変化させた時の曲げモーメントを示す. 図において横軸は角変位(rad), 縦軸は曲げモーメントを示す. (a)がトルク 30Nm, (b)がトルク 60Nm, (c)がトルク 120Nm の時の結果である. 図3-15に示すように曲げモーメントの計算と実測はほぼ一致することが確認された. また, 曲げモーメントはトルク依存性があることが分かる. 曲げ剛性, 即ち曲げモーメントの勾配は変位に依存して変化していることが分かる.

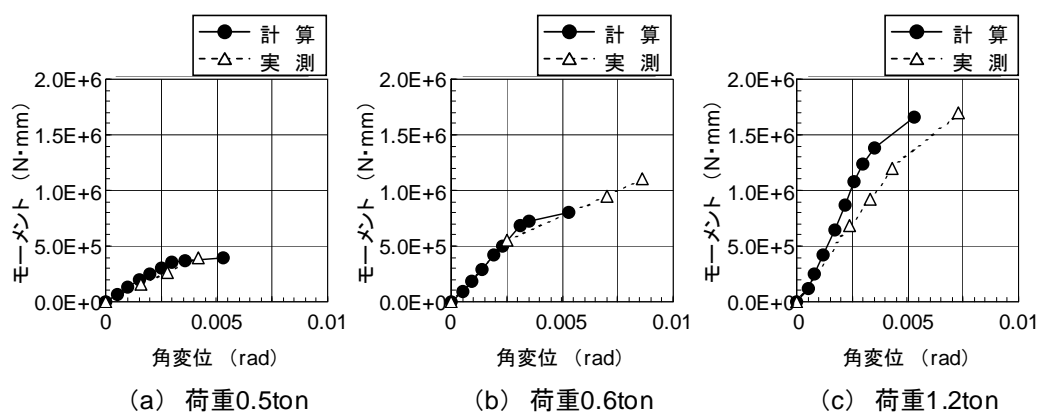


図3-15 曲げモーメントの計算と実測の比較

3.4.3 セン断力の検証

図 3-16 にトルクを変化させた時のせん断力を示す．図において横軸はセンターギャップ (mm)，縦軸はせん断力を示す．(a)がトルク 30Nm，(b)がトルク 60Nm，(c)がトルク 120Nm の時の結果である．図 3-16 に示すようにせん断の計算と実測はほぼ一致することが確認された．また，せん断力もトルク依存性があることが分かる．せん断剛性，即ちせん断力の勾配は変位に依存して変化していることが分かる．

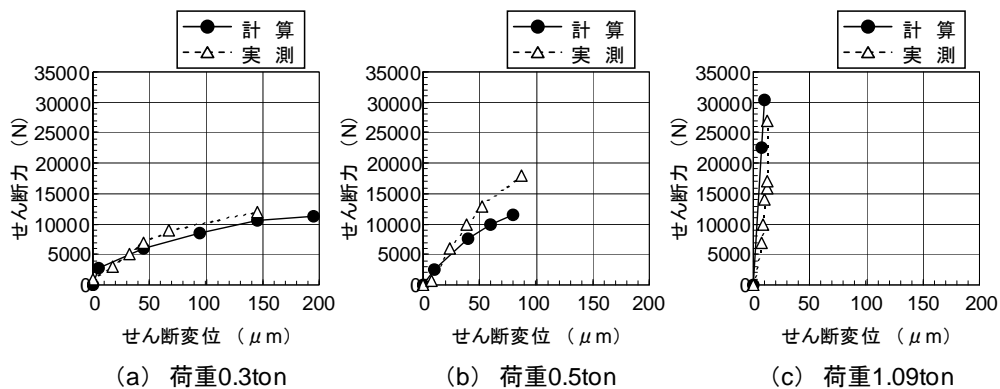


図3-16 セン断力の計算と実測の比較

3.4.4 歯元応力の検証

図 3-17 に角変位を変化させた時の歯元応力分布の計算と実測の比較を示す．図において横軸が歯番号 (1～78)，縦軸が歯元応力(N/mm²)を示す．(a)がトルク 120Nm，角変位 1.5×10^{-3} rad 時の結果，(b)がトルク 120Nm，角変位 2.5×10^{-3} rad 時の結果を示す．実線が計算結果，●が実測結果である．図 3-17 に示すように実測応力は若干ばらつきが大きい，分布傾向の計算と実測はほぼ一致していると考える．

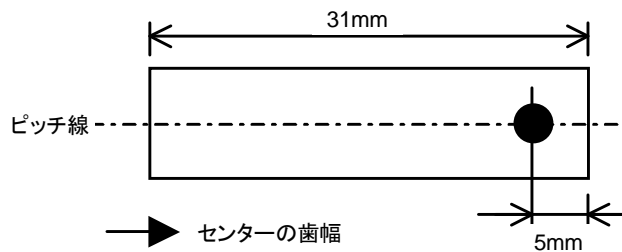
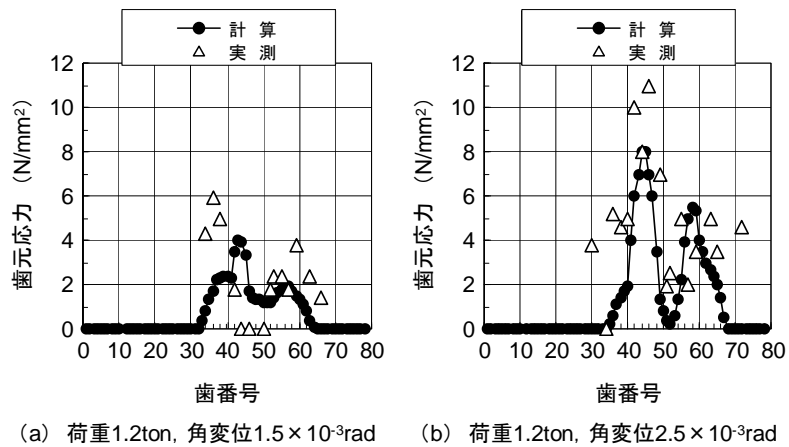


図3-17 歯元応力の計算と実測の比較

3.5 結論

以下に今回の研究で得られた事項を示す.

- (1) 広領域な接触点を有する歯車継手の歯当たり解析法と, 剛性および減衰の計算手法が示された.
- (2) 歯当たり解析の結果, 剛性および減衰特性の負荷依存性と変位依存性が生じることが示された.
- (3) 今回開発した歯当たり解析法がギヤカップリングの解析手法として十分に妥当な手法であることが示された.
- (4) ギヤカップリングのローターダイナミクス特性は剛性行列が非対称であること, および回転数2次の係数励振項を有することを明らかにした.

第 3 章の参考文献

- [1] Heinz, R. “Untersuchung der Zahnkraft und Reibungsverhältnisse in Zahnkupplungen ”, Konstruktion 30-12 (1978) , 483.
- [2] 山内, 染谷, ” 歯車継手の研究 ” , 日本機械学会論文集, 45-399, C (昭 54) , 1277
- [3] 山内, 染谷, ” 歯車継手の研究 ” , 日本機械学会論文集, 46-407, C (昭 55) , 806
- [4] 矢鍋, 不破野, 菊地, ” 歯車形継手によるロータの軸方向振動”, 日本機械学会論文集, 50-459, (昭 59) , 2124
- [5] 金光, ” 歯車軸継手で接続された軸系のねじり振動”, 日本機械学会論文集, 51-464, (昭 60) , 773